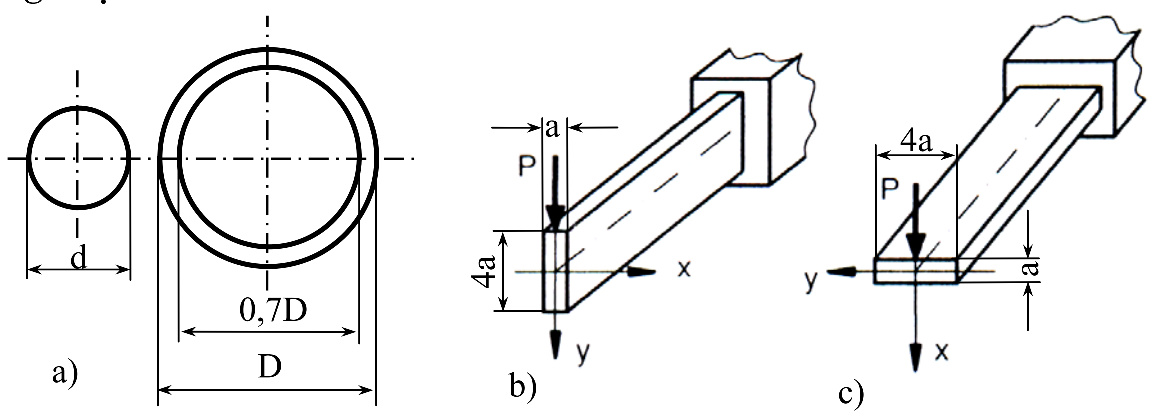
Chương 4. ĐẶC TRƯNG HÌNH HỌC CỦA MẶT CẮT NGANG - CÁC THUYẾT BỀN

A. ĐẶC TRƯNG HÌNH HỌC CỦA MẶT CẮT NGANG (MCN)

I. KHÁI NIỆM

⇒ Thí nghiệm kéo (nén): khả năng chịu tải của thanh phụ thuộc vào diện tích MCN. Thí nghiệm uốn, xoắn,...: khả năng chịu lực của thanh không những phụ thuộc vào diện tích MCN, mà còn hình dạng và sự bố trí MCN.

Ví dụ thanh tròn rỗng (hình 4.1a) chịu được M_z gấp 2 lần thanh tròn đặc cùng diện tích MCN. Thanh hình chữ nhật đặt đứng (hình 4.1b) ứng suất nhỏ hơn 4 lần khi đặt ngang (hình 4.1c) với cùng diện tích MCN.



Hình 4.1

⇒ Do đó, ngoài diện tích MCN, ta cần xét đến những đại lượng khác đặc trưng cho hình dạng MCN về mặt hình học, đó là *mômen tĩnh và mômen quán tính*.

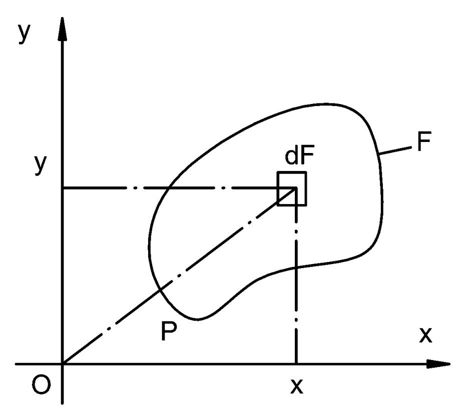
II. MÔMEN TĨNH CỦA MẶT CẮT NGANG

⇒ Hình phẳng F nằm trong mặt phẳng toạ độ Oxy (hình 4.2).

⇒ Người ta gọi tích phân:

$$\int_F x^m y^n dF \qquad (4.1)$$

là *mômen diện tích hỗn hợp cấp (m+n)* của hình phẳng F đối với hệ Oxy.



Hình 4.2

⇒ Khi m = 0, n = 1 tích phân (4.1) có dạng:

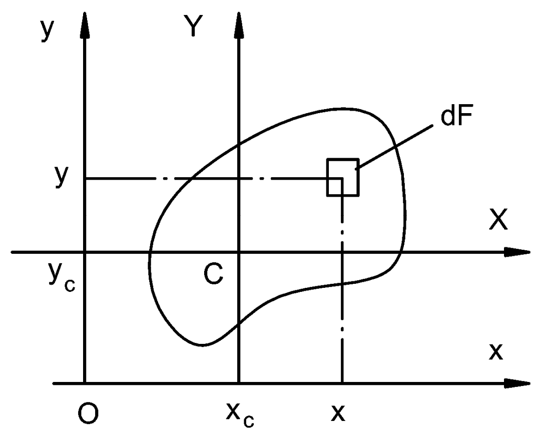
$$\boxed{S_x = \int_F y dF} \qquad (m^3) \qquad (4.2)$$

⇒ Khi m = 1, n = 0 tích phân (4.1) có dạng:

$$\boxed{S_y = \int_F x dF} \qquad (m^3) \qquad (4.3)$$

⇒ S_x và S_y được gọi là *mômen diện tích cấp một* hay ***mômen tĩnh*** của hình phẳng đối với trục x và trục y.

⇒ Khi $S_X = S_Y = 0$ thì trục X, Y được gọi là *trục trung tâm*. Giao điểm của hai trục trung tâm là *trọng tâm* của hình phẳng. (hình 4.3).



Hình 4.3

⇒ Công thức xác định toạ độ của trọng tâm C cũng tương tự như công thức xác định toạ độ của khối tâm:

$$\boxed{x_C = \frac{S_y}{F}}; \quad \boxed{y_C = \frac{S_x}{F}} \qquad (4.4)$$

⇒ Nếu diện tích F bao gồm nhiều diện tích đơn giản F_i:

$$\boxed{x_C = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i F_i}{F}}; \quad \boxed{y_C = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i F_i}{F}} \qquad (4.5)$$

trong đó x_i, y_i là toạ độ trọng tâm của diện tích F_i.

III. MÔMEN QUÁN TÍNH (DIỆN TÍCH CẤP HAI)

⇒ Khi m = n = 1, tích phân (4.1) có dạng:

$$\boxed{J_{xy} = \int_F xy dF} \qquad (m^4) \qquad (4.6)$$

được gọi là *mômen diện tích hỗn hợp cấp hai,* hay ***mômen quán tính li tâm*** của hình phẳng đối với hệ trục Oxy.

⇒ Khi m = 0, n = 2 hoặc m = 2, n = 0, các tích phân:

$$\boxed{J_x = \int_F y^2 dF} \quad \text{và} \quad \boxed{J_y = \int_F x^2 dF} \qquad (4.7)$$

được gọi là ***mômen quán tính*** (hay *mômen diện tích cấp hai*) của hình phẳng F đối với trục x hoặc trục y.

⇒ J_{xy} có thể dương hoặc âm, còn các J_x, J_y luôn luôn dương.

Tổng:

$$J_x + J_y = \int_F \left(y^2 + x^2\right) dF = \int_F \rho^2 dF = J_p \qquad (4.8)$$

được gọi là *mômen quán tính độc cực* đối với gốc toạ độ O.

⇒ Nếu J_{xy} = 0 thì hệ trục được gọi là *hệ trục quán tính chính.* Nếu J_{xy}=0, S_x=S_y=0 thì ta có *hệ trục quán tính chính trung tâm.*

IV. CÔNG THỨC CHUYỂN TRỤC SONG SONG CỦA MÔMEN QUÁN TÍNH

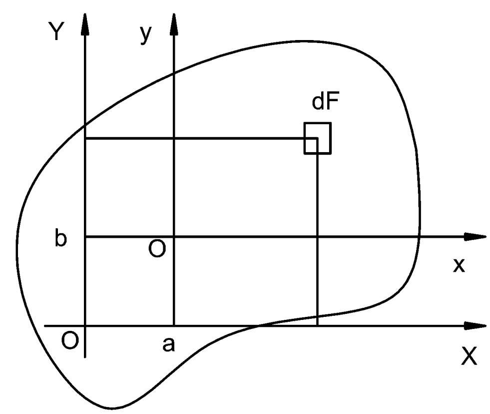
⇒ Công thức chuyển trục song song mômen quán tính của hệ trục OXY với hệ trục trung tâm oxy (hình 4.4):

$$J_X = J_x + Fb^2$$
$$J_Y = J_y + Fa^2 \qquad (4.9)$$
$$J_{XY} = J_{xy} + Fab$$

⇒ Chứng minh các công thức (4.9) như sau: ta có, X = x + a ; Y = y + b (a)

⇒ Theo định nghĩa:

$$J_X = \int_F Y^2 dF,\ J_Y = \int_F X^2 dF,\ J_{XY} = \int_F XY dF \quad \text{(b)}$$



Hình 4.4

⇒ Thay (a) vào (b) suy ra:

$$J_X = J_x + 2bS_x + Fb^2;\ \ J_Y = J_y + 2aS_y + Fa^2;\ \ J_{XY} = J_{xy} + aS_x + bS_y + Fab$$

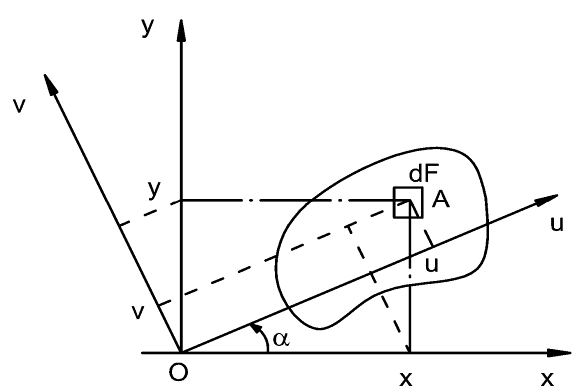
⇒ Khi x và y là các trục trung tâm thì $S_x = S_y = 0$ ⇒ (4.9).

V. CÔNG THỨC XOAY TRỤC CỦA MÔMEN QUÁN TÍNH

⇒ Cho biết J_x, J_y, J_{xy} của hình phẳng F đối với hệ trục Oxy. Hãy tính J_u, J_v, J_{uv} của hình phẳng F đối với hệ trục Ouv (hình 4.5). Ta có:

$$u = x\cos\alpha + y\sin\alpha$$
$$v = y\cos\alpha - x\sin\alpha$$

$$J_u = \int_F v^2 dF\ ;\ J_v = \int_F u^2 dF\ ;\ J_{uv} = \int_F uv dF$$



Hình 4.5

⇒ Thay u, v ở trên và khai triển các tích phân này, ta được:

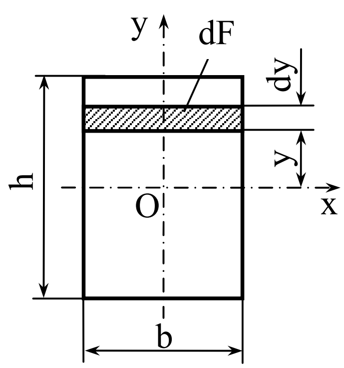
$$\boxed{\begin{aligned} J_u &= \frac{J_x + J_y}{2} + \frac{J_x - J_y}{2}\cos 2\alpha - J_{xy}\sin 2\alpha \\ J_v &= \frac{J_x + J_y}{2} - \frac{J_x - J_y}{2}\cos 2\alpha + J_{xy}\sin 2\alpha \\ J_{uv} &= \frac{J_x - J_y}{2}\sin 2\alpha + J_{xy}\cos 2\alpha \end{aligned}} \qquad (4.10)$$

Nếu hệ trục Ouv là hệ trục quán tính chính ($J_{uv} = 0$) thì phương các trục quán tính chính rút ra từ công thức thứ ba của (4.10):

$$\boxed{\mathrm{tg}\alpha = -\frac{2J_{xy}}{J_x - J_y}} \qquad (4.11)$$

VI. MÔMEN QUÁN TÍNH CỦA MỘT SỐ MẶT CẮT NGANG

1. Hình chữ nhật (hình 4.6)



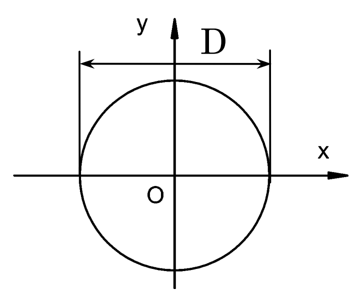
Hình 4.6

Hệ trục đối xứng Oxy là hệ trục quán tính chính trung tâm.

Ta có: $J_x = \int_F y^2 dF = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 b dy = \frac{1}{3} b y^3 \Big|_{+\frac{h}{2}}^{-\frac{h}{2}}$

hay: $\boxed{J_x = \dfrac{bh^3}{12}} \Rightarrow \boxed{J_y = \dfrac{hb^3}{12}}$ (4.12)

3. Hình tròn (hình 4.7)



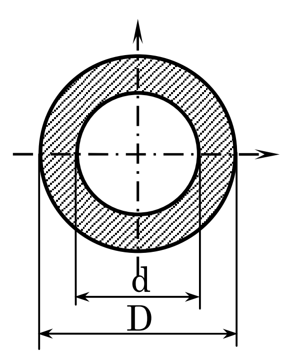
Hình 4.7

Đối với hệ trục trung tâm Oxy: $J_x = J_y = \dfrac{J_p}{2}$

trong đó: $\boxed{J_p = \dfrac{\pi R^4}{2} \approx 0{,}1D^4}$

nên: $\boxed{J_x = J_y = \dfrac{\pi R^4}{4} = \dfrac{\pi D^4}{64} \approx 0{,}05D^4}$ (4.13)

4. Hình vành khăn (hình 4.8)



Hình 4.8

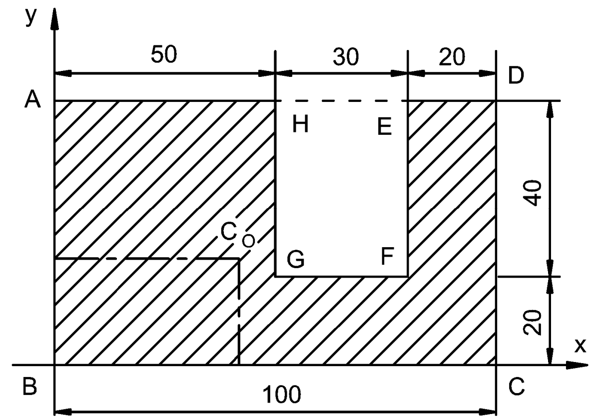
Đối với hình vành khăn có đường kính ngoài D và đường kính trong d:

$$\boxed{J_x = J_y = \frac{1}{2}J_p = \frac{\pi D^4}{64}\left(1 - \eta^4\right) \approx 0{,}05D^4\left(1 - \eta^4\right)};$$

Với $\eta = d/D$ (4.14)

VII. VÍ DỤ ÁP DỤNG

Ví dụ 4.1. Xác định vị trí trọng tâm C_o và các mômen diện tích cấp hai J_x, J_y của mặt cắt cho trên hình 4.9 (đơn vị là cm).



Hình 4.9

Giải

Coi mặt cắt đã cho là hiệu của hai hình chữ nhật ABCD (kí hiệu là 1) và EFGH (kí hiệu là 2). Ta có: $S_x = S_x^1 - S_x^2$

trong đó: $S_x^1 = F_1 y_{C_1} = (100\times 60)\left(\dfrac{60}{2}\right) = 180.000\,\text{cm}^3$

$$S_x^2 = F_2 y_{C_2} = (30\times 40)\left(20 + \frac{40}{2}\right) = 48.000\,\text{cm}^3$$

Do đó: $S_x = 180.000 - 48.000 = 132.000\text{cm}^3$; $S_y = S_y^1 - S_y^2$

trong đó: $S_y^1 = F_1 x_{C_1} = (100\times 60)\left(\dfrac{100}{2}\right) = 300.000\text{cm}^3$

$$S_y^2 = F_2 x_{C_2} = (30\times 40)\left(50 + \frac{30}{2}\right) = 78.000\text{cm}^3$$

Vậy: $S_y = 300.000 - 78.000 = 222.000\text{cm}^3$

Toạ độ trọng tâm C_o của mặt cắt là:

$$x_{C_o} = \frac{S_y}{F} = \frac{222.000}{(100\times 60) - (30\times 40)} = 46{,}25\text{cm}\ ;\quad y_{C_o} = \frac{S_x}{F} = \frac{132.000}{4800} = 27{,}5\text{cm}$$

$$J_x = J_x^1 - J_x^2$$

trong đó: $J_x^1 = \dfrac{b_1 h_1^3}{3} = \dfrac{100\times 60^3}{3} = 72\times 10^5\,\text{cm}^4$

$$J_x^2 = \frac{b_2 h_2^3}{12} + F_2 y_{C_2}^2 = \frac{30\times 40^3}{12} + (30\times 40).40^2 = 20{,}8\times 10^5\text{cm}^4$$

Do đó: $J_x = (72 - 20{,}8)10^5 = 51{,}2\times 10^5\text{cm}^4$; $J_y = J_x^1 - J_y^2$

trong đó: $J_y^1 = \dfrac{h_1 b_1^3}{3} = \dfrac{60\times 100^3}{3} = 20\times 10^6\,\text{cm}^4$

$$J_y^2 = \frac{h_2 b_2^3}{12} + F_2 x_{C_2}^2 = \frac{40\times 30^3}{12} + (30\times 40).65^2 = 5{,}16\times 10^6\text{cm}^4$$

Vậy $J_y = (20 - 5{,}16)10^6 = 14{,}84\times 10^6\text{cm}^4$.

B. CÁC THUYẾT BỀN

I. KHÁI NIỆM

$\Rightarrow$ Đối với các chi tiết máy được bền an toàn thì trạng thái ứng suất ở mọi điểm không được vượt quá trạng thái ứng suất nguy hiểm của vật liệu (trạng thái ứng suất giới hạn - σ_0 và τ_0).

$\Rightarrow$ Ứng suất giới hạn của trạng thái ứng suất đơn dễ dàng được xác định bằng thực nghiệm. Ví dụ, đối với vật liệu dẻo ứng suất giới hạn là giới hạn chảy σ_{ch} (hoặc τ_{ch}), đối với vật liệu giòn là σ_B (hay τ_B). Tuy nhiên, thực tế người ta hay tính theo ứng suất cho phép $[\sigma]$ (hay $[\tau]$).

$\Rightarrow$ Kiểm tra bền ở trạng thái ứng suất đơn, trượt thuần tuý:

$$\sigma_{max} = \sigma_1 \le [\sigma]_k \; ; \quad |\sigma_{min}| = |\sigma_3| \le [\sigma]_n \; ; \; \tau_{max} \le [\tau] \qquad (4.19)$$

$\Rightarrow$Khi kiểm tra bền ở trạng thái ứng suất phức tạp (phẳng, khối), cần làm các thí nghiệm phá hỏng ở trạng thái ứng suất. Việc xác định trạng thái ứng suất giới hạn bằng thực nghiệm *rất khó khăn* thực tế có khi *không thực hiện được,* vì:

♦ Số lượng thí nghiệm phát rất nhiều, đáp ứng tỷ lệ σ_1, σ_2 và σ_3

♦ Trình độ kỹ thuật và thiết bị chưa cho phép thí nghiệm trạng thái ứng suất phức tạp.

$\Rightarrow$ Do đó người ta đưa ra các *thuyết bền*, nhằm đưa trạng thái ứng suất phức tạp về trạng thái ứng suất đơn tương đương. Gọi ứng suất chính của trạng thái ứng suất đơn tương đương là $\sigma_{tđ}$ ($\sigma_{tđ}$ liên hệ với các ứng suất chính σ_1, σ_2 và σ_3). Điều kiện bền có dạng:

$$\boxed{\sigma_{tđ} \le [\sigma]} \qquad (4.20)$$

$\Rightarrow$ Thuyết bền cho phép thiết lập mối quan hệ giữa ứng suất tương đương với các ứng suất chính. Nói một cách khác, thuyết bền là những giả thuyết về nguyên nhân phá hoại của vật liệu, trên cơ sở đó cho phép ta xác định được độ bền của vật liệu ở mọi trạng thái ứng suất khi ta chỉ biết độ bền của vật liệu ở trạng thái ứng suất đơn.

$\Rightarrow$ Dưới đây chúng ta sẽ nghiên cứu những thuyết bền cơ bản nhất và phổ biến nhất.

II. CÁC THUYẾT BỀN

1. Thuyết bền thứ nhất (thuyết bền ứng suất pháp lớn nhất)

⇒ Thuyết bền thứ nhất do Galilê đưa ra năm 1638. Thuyết này cho rằng, vật liệu bị phá hỏng là do ứng suất pháp lớn nhất gây ra.

⇒ Thuyết bền này phát biểu như sau: "*Hai trạng thái ứng suất phức tạp và đơn có độ bền tương đương nếu ứng suất pháp lớn nhất của chúng như nhau*".

⇒ Điều kiện bền theo thuyết này:
$$\boxed{\left.\begin{aligned}\sigma_{tđ} &= \sigma_{max} = \sigma_1 \le [\sigma]_k \\ \sigma_{tđ} &= |\sigma_{min}| = |\sigma_3| \le [\sigma]_n\end{aligned}\right\}} \qquad (4.21)$$

Đối với vật liệu dẻo $[\sigma]_k = [\sigma]_n$

⇒ Thiếu sót lớn nhất là thuyết bền này là không kể đến ảnh hưởng của hai ứng suất chính còn lại. Ngoài ra, thực nghiệm cho thấy thuyết này không thích hợp với vật liệu dẻo. Còn đối với vật liệu giòn chỉ cho những kết quả phù hợp khi có một ứng suất chính rất lớn so với các ứng suất chính còn lại.

2. Thuyết bền thứ hai (thuyết bền biến dạng tỷ đối lớn nhất)

⇒ Thuyết bền thứ hai do Mariốt đưa ra năm 1682. Thuyết này cho rằng: vật liệu bị phá huỷ là do biến dạng dài tương đối cực đại của phân tố ở trạng thái ứng suất phức tạp đạt đến biến dạng dài tương đối ở trạng thái nguy hiểm của phân tố ở trạng thái ứng suất đơn.

⇒ *Hai trạng thái ứng suất phức tạp và đơn sẽ có độ bền tương đương nếu độ biến dạng tỉ đối lớn nhất do chúng gây ra bằng nhau.*

⇒ Điều kiện bền:
$$\boxed{\left.\begin{aligned}\sigma_{tđ} &= \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \le [\sigma]_k \\ \sigma_{tđ} &= |\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)| \le [\sigma]_n\end{aligned}\right\}} \qquad (4.21)$$

⇒ Ưu điểm của thuyết bền thứ hai là có kể đến ảnh hưởng của ba ứng suất chính σ_1, σ_2 và σ_3. Song cũng như thuyết bền thứ nhất, thuyết này cũng không thích hợp đối với vật liệu dẻo. Còn đối với vật liệu giòn thì nó chỉ cho kết quả phù hợp khi $\sigma_1 > 0$ và $\sigma_3 < 0$.

3. Thuyết bền thứ ba (thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất)

⇒ Thuyết bền thứ ba do Culông (Coulomb) đưa ra năm 1773. Thuyết này cho rằng: vật liệu bị phá hoại là do ứng suất tiếp cực đại của phân tố ở trạng

thái ứng suất phức tạp đạt đến ứng suất tiếp nguy hiểm của phân tố ở trạng thái ứng suất đơn.

⇒ *Hai trạng thái ứng suất phức tạp và đơn sẽ có độ bền tương đương nếu ứng suất tiếp lớn nhất của chúng bằng nhau.*

⇒ Điều kiện bền là: $\tau_{max} \le [\tau_{đơn}]$ (a)

⇒ Ta biết $\tau_{max} = \dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ (chương 3), $\tau_{đơn}^{max} = \dfrac{\sigma}{2}$, $[\tau_{đơn}] = \dfrac{[\sigma]}{2}$ (chương 2)

⇒ Do đó điều kiện bền theo giả thuyết ứng suất tiếp lớn nhất:

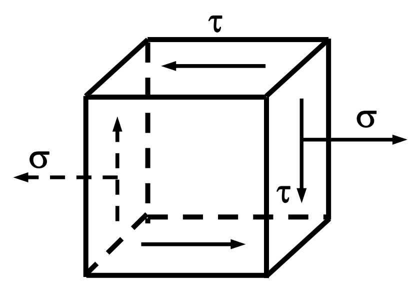
$$\boxed{\sigma_{tđ} = \sigma_1 - \sigma_3 \le [\sigma]} \qquad (4.22)$$

⇒ Trong trường hợp ứng suất phẳng đặc biệt (hình 4.10), ta có:

$$\sigma_1 = \sigma_{max} = \frac{1}{2}\sigma + \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}\ ;\ \sigma_3 = \sigma_{min} = \frac{1}{2}\sigma - \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \qquad (4.23)$$

⇒ Điều kiện bền theo giả thuyết ứng suất tiếp lớn nhất:

$$\boxed{\sigma_{tđ} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \le [\sigma]} \qquad (4.24)$$



Hình 4.10

⇒ Thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất rất phù hợp với vật liệu dẻo nhưng lại không thích hợp đối với vật liệu giòn. Thiếu sót của thuyết này là không kể đến ứng suất chính σ_2.

⇒ Thuyết thứ 3 cho phép giải thích vì sao vật liệu bị nén đều theo tất cả các phương có thể chịu được những áp suất rất cao, vì trong trường hợp này thì σ_1=σ_3=-p ⇒ dù áp suất p có lớn tới đâu $\sigma_{tđ}$ cũng luôn luôn bằng không.

4. Thuyết bền thứ tư (thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng)

⇒ Thuyết bền thế năng biến đổi hình dạng do Huybe đưa ra năm 1904. Thuyết này cho rằng: vật liệu bị phá hoại là do thế năng biến đổi hình dạng của phân tố ở trạng thái ứng suất phức tạp đạt đến thế năng biến đổi hình dạng ở trạng thái ứng suất nguy hiểm của phân tố ở trạng thái ứng suất đơn.

⇒ *Hai trạng thái ứng suất phức tạp và đơn sẽ có độ bền tương đương nếu thế năng riêng biến đổi hình dạng của chúng bằng nhau.*

⇒ Trạng thái ứng suất khối: $u_{hd} = \dfrac{1+\mu}{3E}\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1\right)$

⇒ Trạng thái ứng suất đơn: $u_{hd} = \dfrac{1+\mu}{3E}\sigma_{tđ}^2$

⇒ Điều kiện bền có dạng:

$$\boxed{\sigma_{tđ} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \le [\sigma]_k} \qquad (4.25)$$

⇒ Trong trường hợp trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt:

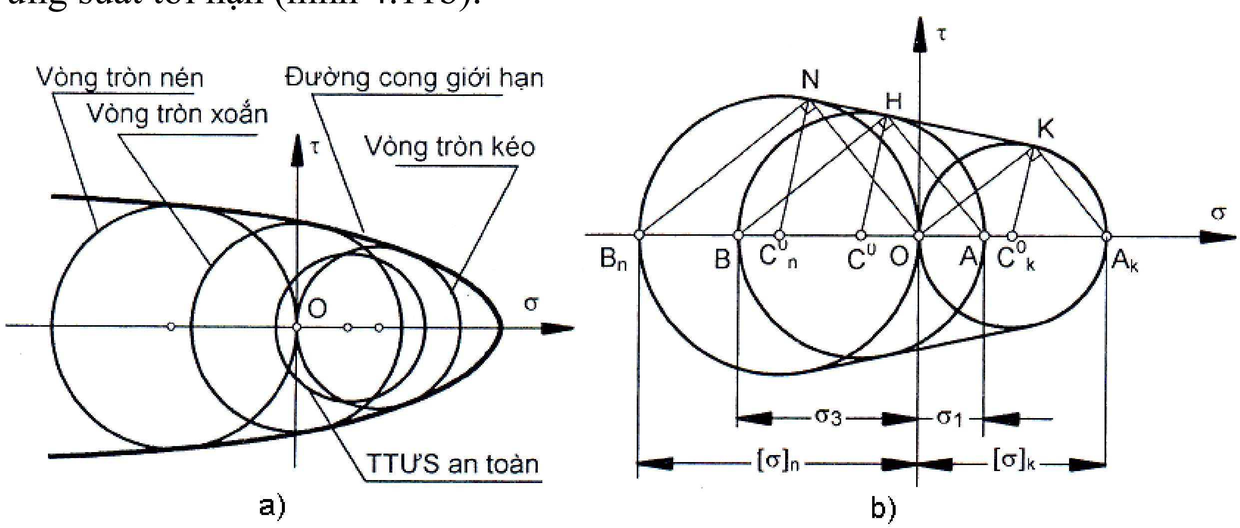
$$\sigma_{tđ} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma] \qquad (4.26)$$

⇒ Thuyết bền thứ tư phù hợp đối với vật liệu dẻo, nhưng đối với vật liệu giòn thì cũng không thích hợp. Mặt khác thuyết này vẫn chưa giải thích được sự phá hoại của vật liệu khi bị kéo đều theo 3 phương.

5. Thuyết bền thứ năm (thuyết bền Mo)

⇒ Thuyết bền Mo đưa ra lần đầu tiên vào năm 1882 và sau đó phát triển chi tiết vào năm 1990. Thuyết này cho rằng: vật liệu bị phá hoại là do trạng thái ứng suất đang xét vượt quá trạng thái ứng suất giới hạn tương ứng trong họ vòng tròn ứng suất giới hạn.

⇒ Thuyết bền Mo dựa vào đường bao của họ vòng tròn ứng suất giới hạn để xác định trạng thái ứng suất giới hạn cho từng trường hợp của trạng thái ứng suất. Nếu làm nhiều lần thí nghiệm với các ứng suất chính khác nhau thì ta được một tập hợp các vòng tròn giới hạn (hình 4.11a). Để vẽ chính xác vòng Mo giới hạn ta phải làm một số lượng lớn thí nghiệm, điều này khó thực hiện, do đó thường chúng ta chỉ dựa trên một số lượng thí nghiệm tối thiểu rất tin cậy, như thí nghiệm kéo đúng tâm, nén đúng tâm. Đường cong giới hạn được thay thế gần đúng bằng tiếp tuyến chung của hai vòng tròn ứng suất tới hạn (hình 4.11b).



Hình 4.11

⇒ Người ta đã chứng minh điều kiện bền theo thuyết bền này là:

$$\boxed{\sigma_{tđ} = \sigma_1 - \alpha\sigma_3 \leq [\sigma]_k} \quad \text{với } \alpha = \frac{\sigma_0^k}{\sigma_0^n} \qquad (4.27)$$

⇒ Thuyết bền Mo viết cho trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt:

$$\sigma_{tđ} = \sigma_1 - \alpha\sigma_3 = \left[\frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma)^2 + 4\tau^2}\right] - \alpha\left[\frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma)^2 + 4\tau^2}\right]$$

⇒ Điều kiện bền: $\sigma_{tđ} = \frac{1-\alpha}{2}\sigma + \frac{1-\alpha}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \le [\sigma]_k$ (4.28)

⇒ Thuyết bền Mo có ưu điểm là phù hợp với cả vật liệu dẻo và giòm, nhưng có nhược điểm là bỏ qua ảnh hưởng của ứng suất chính σ_2 và đơn giản đường cong giới hạn thành đường thẳng.

III. ÁP DỤNG CÁC THUYẾT BỀN

⇒ Cho đến nay người ta đã xây dựng nhiều thuyết bền khác nhau, mỗi thuyết bền đề ra một quan điểm về nguyên nhân phá hoại của vật liệu.

⇒ Trong thực tế tính toán, việc chọn thuyết bền nào là phụ thuộc vào loại vật liệu sử dụng và trạng thái ứng suất của điểm kiểm tra. Nếu là vật liệu dẻo ta dùng thuyết thứ ba hoặc thứ tư, vật liệu giòn ta nên dùng thuyết bền Mo.

⇒ Gần đây xuất hiện nhiều thuyết mới liên quan chủ yếu đến các loại vật liệu mới như chất dẻo, sợi thuỷ tinh, chất dẻo nhiều lớp, …

⇒ Các nghiên cứu thực nghiệm và lý thuyết cho thấy rằng cấu trúc của tinh thể vật rắn biến dạng có ảnh hưởng lớn đến biến dạng và phá hỏng của vật liệu đó. Nếu bỏ qua ảnh hưởng đó thì kết quả tính toán theo các thuyết bền sẽ bị sai lệch. Do đó hiện nay, người ta đang tiếp tục nghiên cứu về các vấn đề này.

Ví dụ. Kiểm tra bền của phân tố vật thể chịu các ứng suất:

$\sigma_x = -4 kN/cm^2$, $\sigma_y = -6\ kN/cm^2$, $\sigma_z = 3\ kN/cm^2$, $\tau_{xy} = \tau_{yx} = 2\ kN/cm^2$, $\tau_{zx} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = \tau_{zy} = 0$. Cho biết $[\sigma] = 12\ kN/cm^2$.

Giải

Nếu coi $\sigma_z = 3\ kN/cm^2$ là một ứng suất chính của phân tố thì hai ứng suất chính còn lại:

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{-4-6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4+6}{2}\right)^2 + 2^2}$$

$\sigma_{max} = -2{,}764\ kN/cm^2$; $\sigma_{min} = -7{,}236\ kN/cm^2$

Như vậy: $\sigma_1 = 3\ kN/cm^2$; $\sigma_2 = -2{,}764\ kN/cm^2$; $\sigma_3 = -7{,}236\ kN/cm^2$

Theo thuyết bền thứ ba: $\sigma_{tđ} = \sigma_1 - \sigma_3 = 3 - (-7{,}236) = 10{,}236 \le [\sigma]$

Theo thuyết bền thứ tư:

$$\sigma_{tđ} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} = 8{,}888 \le [\sigma]$$

Như vậy phân tố đủ bền theo cả hai thuyết bền.