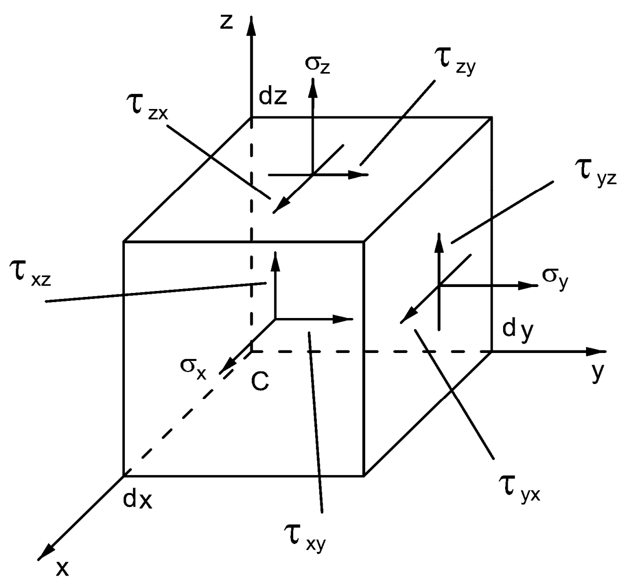
Chương 3. TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT - CÁC THUYẾT BỀN

I. KHÁI NIỆM VỀ TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT

⇒ Trạng thái ứng suất tại một điểm của vật thể đàn hồi chịu lực là tập hợp tất cả các ứng suất tác dụng trên tất cả các mặt vô cùng bé đi qua điểm đó, đặc trưng bởi tenxơ đối xứng cấp 2 có 6 thành phần ứng suất độc lập (hình 3.1):

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \qquad (3.1)$$

như biểu thị trên các mặt của phân tố toạ độ Cdxdydz.

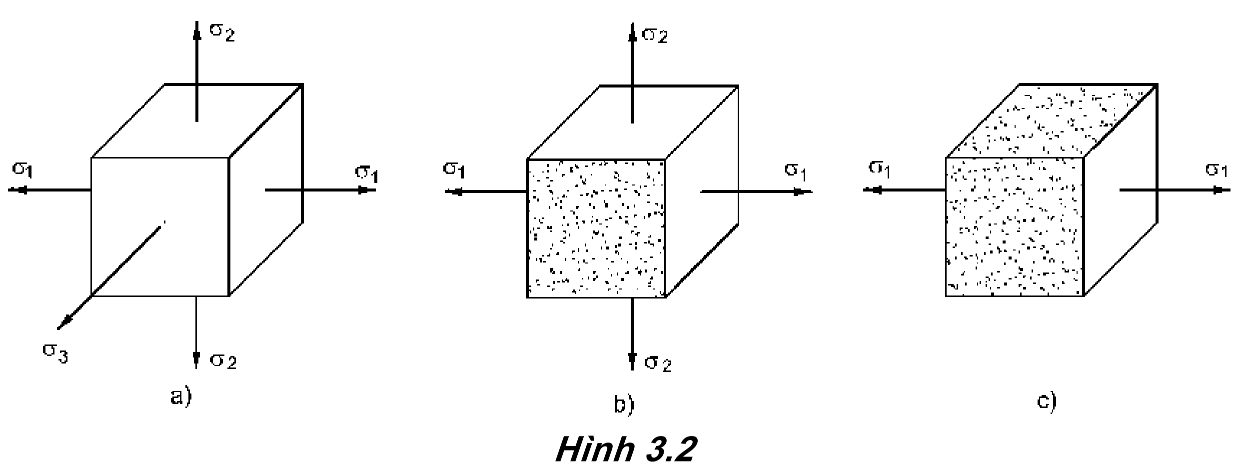


Hình 3.1

⇒ Qua 1 điểm ta luôn tìm ba mặt vuông góc với nhau có ứng suất tiếp bằng 0, các mặt đó là *mặt chính*, pháp tuyến mặt chính gọi là *phương chính*, ứng suất pháp trên các mặt chính gọi là *ứng suất chính* σ_1, σ_2 và σ_3:

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \qquad (3.2)$$

⇒ Căn cứ vào các ứng suất chính ta phân loại trạng thái ứng suất như sau: *Trạng thái ứng suất khối* (hình 3.2a), *trạng thái ứng suất phẳng* (hình 3.2b), *trạng thái ứng suất đơn* (hình 3.2c).

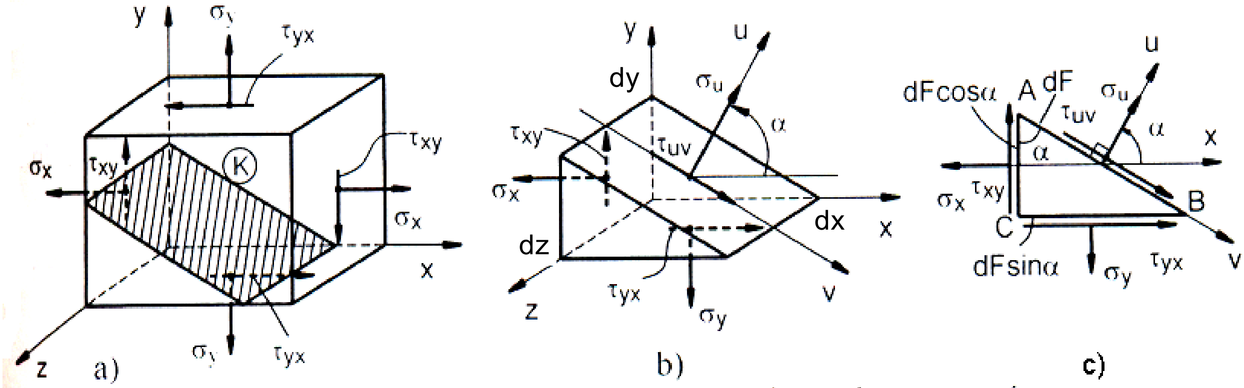


Hình 3.2

II. TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT PHẲNG

1. Ứng suất trên mặt nghiêng bất kì

⇒ Tách một phân tố tại điểm K khỏi vật thể đàn hồi chịu lực (hình 3.3a). Giả thiết mặt vuông góc với trục z là mặt chính ($\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$), các mặt còn lại có cả ứng suất pháp và ứng suất tiếp.



Hình 3.3

⇒ Xét sự cân bằng của phân tố hình lăng trụ đáy là tam giác, mặt bên nghiêng. Phương trình tổng mômen các lực với O:

$$\sum M_O = \tau_{xy} dydz \frac{dx}{2} - \tau_{yx} dzdx \frac{dy}{2} = 0 \Rightarrow \tau_{xy} = \tau_{yx} \qquad (3.3)$$

⇒*Luật đối ứng của ứng suất tiếp*, phát biểu như sau: "*Nếu trên mặt cắt nào đó có ứng suất tiếp thì trên mặt cắt vuông góc với nó cũng phải có ứng suất tiếp có cùng trị số nhưng đối chiều*".

⇒ Gọi diện tích mặt AB là dF, khi đó diện tích mặt AC là dFcosα và diện tích mặt BC là dFsinα. Lập các phương trình hình chiếu sau của phân tố ABC lên các trục u và v ta có:

$$\sum U = \sigma_u dF - (\sigma_x dF\cos\alpha)\cos\alpha + (\tau_{xy} dF\cos\alpha)\sin\alpha -$$
$$- (\sigma_y dF\sin\alpha)\sin\alpha + (\tau_{yx} dF\sin\alpha)\cos\alpha = 0$$

$$\sum V = \tau_{uv} dF - (\sigma_x dF\cos\alpha)\sin\alpha - (\tau_{xy} dF\cos\alpha)\cos\alpha +$$
$$+ (\sigma_y dF\sin\alpha)\cos\alpha + (\tau_{yx} dF\sin\alpha)\sin\alpha = 0$$

⇒ Sau khi rút gọn, sử dụng định luật đối ứng ứng suất tiếp ta được giá trị của σ_u và τ_{uv}:

$$\boxed{\sigma_u = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\alpha - \tau_{xy}\sin 2\alpha} \qquad (3.4)$$

$$\boxed{\tau_{uv} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha + \tau_{xy}\cos 2\alpha} \qquad (3.5)$$

$\Rightarrow$ Rõ ràng là khi $\alpha = 0$ (hoặc $\pi/2$) thì σ_u và τ_{uv} có giá trị bằng σ_x, τ_{xy} (hoặc σ_y, τ_{yx}).

2. Ứng suất chính và phương chính

$\Rightarrow$ Mặt chính được xác định thông qua góc nghiêng α_0, sao cho ứng suất tiếp trên đó bằng 0:

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha_0 + \tau_{xy}\cos 2\alpha_0 = 0 \Rightarrow tg2\alpha_0 = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \ (= tg\beta) \quad (3.6)$$

$$\Rightarrow \alpha_0 = \frac{\beta}{2} + k.\frac{\pi}{2}$$

$\Rightarrow$ Ta thấy α_0 có hai nghiệm là α_1 và α_2 (ứng với $k = 0$ và $k = 1$) lệch nhau 90^0 $\Rightarrow$ ta luôn có hai phương chính vuông góc với nhau. Thay α_1 và α_2 vào (3.4) ta sẽ được các ứng suất chính cần tìm, đó là những ứng suất pháp cực trị, vì

$$\frac{d\sigma_u}{d\alpha} = -2\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha_0 - \tau_{xy}\cos 2\alpha_0\right) = -2\tau_{uv} = 0$$

Thay α_0 vào (3.6) ta có : $\boxed{\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}}$ (3.7)

$\Rightarrow$ Ứng suất tiếp cực trị xác định bằng $d\tau_{uv}/d\alpha = 0$:

$$\frac{d\tau_{uv}}{d\alpha} = 2\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\alpha - 2\tau_{xy}\sin 2\alpha = 0 \ \Rightarrow tg2\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}$$

$\Rightarrow$ So sánh với (3.7), ta được:

$$tg2\alpha = -\frac{1}{tg2\alpha_0} = -\cot g2\alpha_0 \Rightarrow \alpha = \alpha_0 + k.\frac{\pi}{4} \quad (3.8)$$

Kết luận: những mặt có ứng suất tiếp cực trị tạo với mặt chính một góc 45^0. Thay (3.8) vào (3.5) với $\cos 2\alpha = \pm\frac{1}{\sqrt{1 + tg^2 2\alpha}}$, ta được:

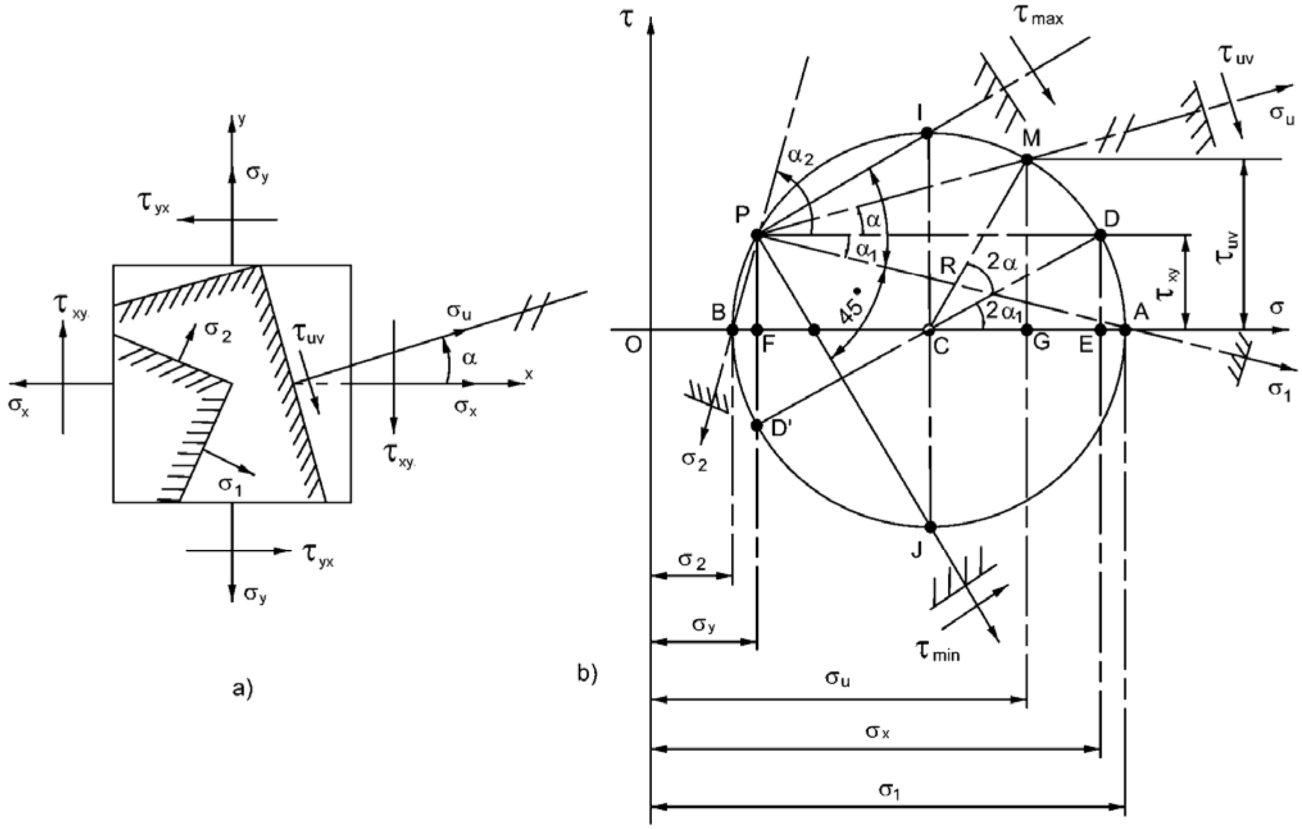
$$\tau_{\substack{max\\min}} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (3.9)$$

$\Rightarrow$ Tính theo ứng suất chính ta có: $\tau_{\substack{max\\min}} = \pm\frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$ (3.10)

III. VÒNG TRÒN MO (MOHR) ỨNG SUẤT

1. Cơ sở của phương pháp và cách vẽ vòng tròn MO ứng suất

$\Rightarrow$ Xét một phân tố với các ứng suất σ_x, σ_y, τ_{xy} đã cho như hình 3.4a. Lập hệ toạ độ $O\sigma\tau$ (hình 3.4b) theo tỷ lệ nhất định. Trên trục hoành σ đặt các đoạn $OE = \sigma_x$ và $OF = \sigma_y$. Từ E dựng đoạn $ED = \tau_{xy}$ vuông góc với OE. Vẽ vòng tròn có tâm C là trung điểm của đoạn EF $\left(OC = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)$ và bán kính CD $\left(CD = R = \sqrt{\left(\dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}\right)$, gọi là *vòng tròn Mo ứng suất* (Mohr).



Hình 3.4

$\Rightarrow$ Để xác định các ứng suất σ_u và τ_{uv} trên mặt xiên có phương u làm với trục x một góc α cho trước (hình 3.4a) hãy lấy trên vòng tròn vừa vẽ một điểm P (thường gọi là *điểm cực*) có hoành độ σ_y và tung độ τ_{xy} (hình 3.4b), rồi từ P vẽ tia song song với phương u cho cắt vòng tròn tại điểm M. Toạ độ của M chính là các ứng suất σ_u và τ_{uv} cần tìm.

2. Xác định ứng suất chính và phương chính

⇒ Các giao điểm A và B của vòng tròn Mo với trục hoành Oσ là những điểm có hoành độ lớn nhất và nhỏ nhất, tung độ bằng 0:

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \qquad (3.11)$$

⇒ Phương của các tia PA và PB là các phương chính cần tìm của phân tố (hình 3.4a).

⇒ Theo hình 3.4b dễ thấy luôn luôn có:

$$\sigma_{max} + \sigma_{min} = 2OC = \sigma_y + \sigma_z = \text{hằng} \qquad (3.12)$$

"*Tổng ứng suất pháp trên hai mặt vuông góc với nhau là hằng số*".

⇒ Gọi α_1 và α_2 là góc của phương chính thứ nhất và phương chính thứ hai đối với trục x. Theo hình 3.4b, có:

$$tg\alpha_1 = \frac{FP}{FA} = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_y - \sigma_{max}};\quad tg\alpha_2 = \frac{FP}{FB} = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_y - \sigma_{min}} \qquad (3.13)$$

⇒ *Trường hợp kéo (nén) đúng tâm* ứng suất tiếp lớn nhất:

$$\left|\tau_{max}\right| = \left|\tau_{min}\right| = \frac{1}{2}\sigma_z \qquad (3.14)$$

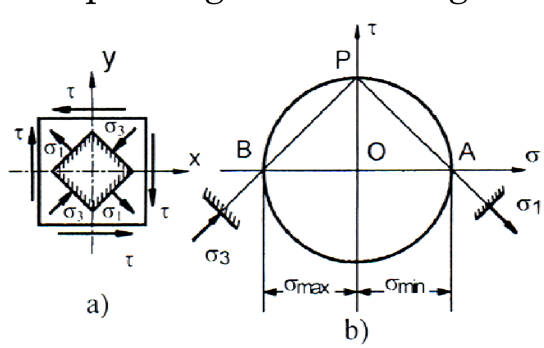
đó là hai mặt vuông góc với nhau, lần lượt làm với trục z một góc 45^o và 135^o.

3. Hai trường hợp đặc biệt

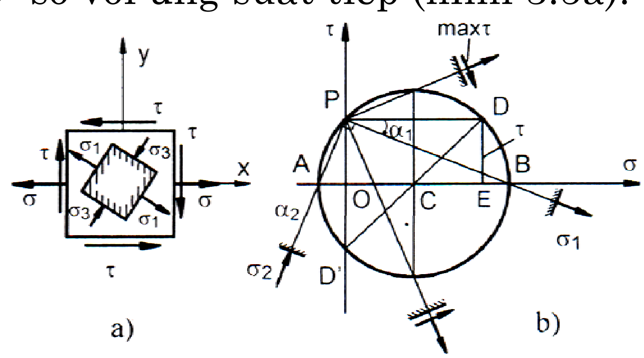
⇒ Trạng thái trượt thuần tuý: phân tố mà trên các mặt chỉ có ứng suất tiếp (hình 3.5a). Lúc này vòng tròn Mo có tâm trùng với gốc toạ độ (hình 3.5b). Các ứng suất chính (ứng suất pháp cực trị) khác dấu nhau và có giá trị bằng giá trị của ứng suất tiếp:

$$\sigma_1 = -\sigma_3 = \left|\tau\right|,\ \sigma_2 = 0 \qquad (3.15)$$

Các phương chính xiên góc 45^0 so với ứng suất tiếp (hình 3.5a).



Hình 3.5



Hình 3.6

⇒ Trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt là trạng thái có một thành

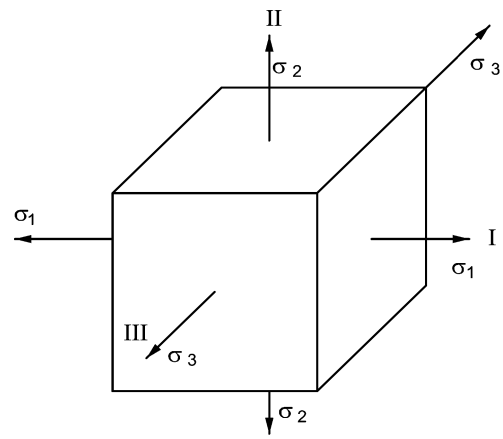
phần ứng suất pháp, ví dụ $\sigma_x=\sigma$, $\sigma_y=0$ (hình 3.6a). Vòng Mo của TTƯS này vẽ trên hình 3.6b. Trị số ứng suất chính (ứng suất pháp cực trị) là

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}, \quad \sigma_2 = 0, \quad \sigma_3 = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \qquad (3.16)$$

IV. LIÊN HỆ GIỮA ỨNG SUẤT - BIẾN DẠNG

1. Biến dạng dài (định luật Húc tổng quát)

⇒ Xét phân tố chính như hình 3.7, hãy tìm biến dạng dài tương đối ε_1 theo phương I của phân tố.



Hình 3.7

Biến dạng do σ_1 sinh ra: $\varepsilon_{11} = \frac{\sigma_1}{E}$

Biến dạng do σ_2 sinh ra: $\varepsilon_{12} = -\mu\frac{\sigma_2}{E}$

Biến dạng do σ_3 sinh ra: $\varepsilon_{13} = -\mu\frac{\sigma_3}{E}$

⇒ Biến dạng dài (tương đối) theo phương I do các ba ứng suất σ_1, σ_2 và σ_3 sinh ra: $\varepsilon_1 = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{12} + \varepsilon_{13}$.

⇒ Làm tương tự ta được biến dạng (tương đối) theo phương II và phương III của phân tố:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu\left(\sigma_2 + \sigma_3\right)\right] & \qquad \varepsilon_x &= \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \mu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right] \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E}\left[\sigma_2 - \mu\left(\sigma_3 + \sigma_1\right)\right] \quad \text{hoặc} & \qquad \varepsilon_y &= \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \mu\left(\sigma_z + \sigma_x\right)\right] \qquad (3.16) \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E}\left[\sigma_3 - \mu\left(\sigma_1 + \sigma_2\right)\right] & \qquad \varepsilon_z &= \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \mu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right] \end{aligned}$$

E: môđuyn đàn hồi của vật liệu, [*lực/(chiều dài)*^{2}].

μ: hệ số Poát-xông của vật liệu, có giá trị 0÷0,5.

⇒ Các hệ thức bậc nhất (3.16) trên đây giữa biến dạng dài và ứng suất pháp là nội dung của *định luật Húc tổng quát* đối với vật rắn đàn hồi tuyến tính.

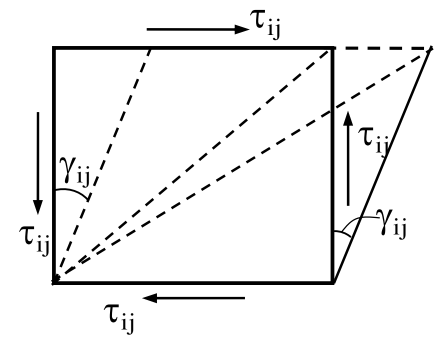
2. Biến dạng góc (Định luật Húc về trượt)

⇒ Xét biến dạng của phân tố. Dưới tác dụng của ứng suất tiếp phân tố bị biến đổi hình dáng và trở thành hình bình hành (hình 3-8). Theo định luật Húc, giữa ứng suất tiếp τ và góc trượt γ có

liên hệ sau: $\tau_{ij} = G\gamma_{ij}$ (i, j = 1, 2, 3) (3.18)

trong đó G là hệ số tỷ lệ gọi là môđun đàn hồi khi trượt [lực/chiều dài^2], đó là hằng số vật liệu, được xác định từ thí nghiệm. Môđun G liên hệ với E và μ như sau:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$



Hình3.8

Xét phân tố với hệ trục tọa độ x, y, và z. Quan hệ ứng suất và biến dạng góc là:

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}; \ \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}; \ \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} \qquad (3.19)$$

⇒ Quan hệ giữa ứng suất và biến dạng (3.16), (3.17) hoặc (3.18) biểu diễn bằng định luật Húc tổng quát.

3. Biến dạng thể tích tỷ đối (định luật Húc khối)

⇒ Gọi dx, dy và dz là các cạnh của phân tố và V_0 là thể tích ban đầu của phân tố, ta có: V_0 = dxdydz

⇒ Sau khi biến dạng, chiều dài các cạnh thay đổi sẽ là (dx + Δdx), (dy + Δdy) và (dz + Δdz). Thể tích sau khi biến dạng:

$$V_1 = V_0 + \Delta V = (dx + \Delta dx).(dy + \Delta dy).(dz + \Delta dz) =$$

$$= dxdydz\left(1+\frac{\Delta dx}{dx}\right)\left(1+\frac{\Delta dy}{dy}\right)\left(1+\frac{\Delta dz}{dz}\right) = dxdydz\left(1+\varepsilon_x\right)\left(1+\varepsilon_y\right)\left(1+\varepsilon_z\right)$$

⇒ Vì biến dạng là bé nên có thể bỏ qua các đại lượng vô cùng bé bậc 2 trở lên. Cuối cùng ta được: $V_1 = V_0(1 + \varepsilon_x + \varepsilon_Y + \varepsilon_z)$

⇒ Gọi θ là biến dạng thể tích tương đối của phân tố, ta có:

$$\theta = \frac{V_1 - V_0}{V_0} = \varepsilon_x + \varepsilon_Y + \varepsilon_z = \frac{1-2\mu}{E}\left(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z\right) = \frac{1-2\mu}{E}\Sigma$$

⇒ Tổng ứng suất pháp là: $\boxed{\Sigma = \frac{E}{1-2\mu}\theta}$ (3.20)

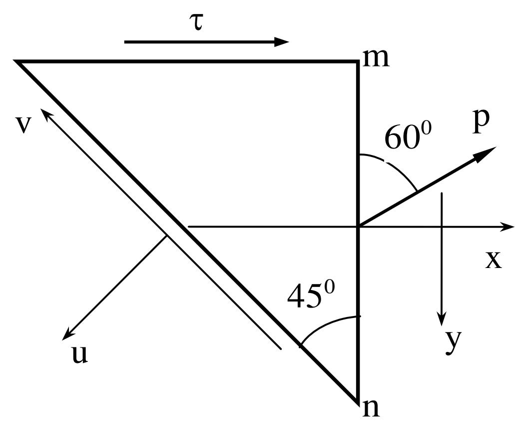
⇒ Công thức trên biểu diễn liên hệ bậc nhất giữa biến dạng thể tích tương đối và tổng các ứng suất pháp, gọi là *định luật Húc khối*.

V. VÍ DỤ ÁP DỤNG

Ví dụ 3.1. Ứng suất toàn phần trên mặt cắt m-n đi qua một điểm của một vật thể trong trạng thái ứng suất phẳng p = 3000 N/cm^2 có phương tạo thành một góc 60^0 với mặt cắt. Trên mặt vuông góc với mặt cắt này chỉ có ứng suất tiếp (hình 3.9).

Tính ứng suất pháp và ứng suất tiếp trên mặt cắt tạo thành góc 45^0 với mặt cắt m-n. Tính ứng suất pháp lớn nhất tại điểm đó.

Giải



Hình 3.9

Ta thiết lập hệ trục xy trên mặt cắt m-n và hệ trục uv trên mặt cắt nghiêng như hình 3.9. Khi đó các thành phần ứng suất trên các mặt của phân tố ở trạng thái ứng suất phẳng:

$$\sigma_x = p\sin 60^0 = 3.0,86 = 2,6\text{kN}/\text{cm}^2$$

$$\tau_{xy} = -p\cos 60^0 = -5.0,5 = -1,5\text{kN}/\text{cm}^2$$

$$\sigma_y = 0$$

Áp dụng công thức tính ứng suất trên mặt cắt nghiêng với α = -135^0, ta có:

$$\sigma_u = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\alpha - \tau_{xy}\sin 2\alpha \approx 2,8\text{kN}/\text{cm}^2$$

$$\tau_{uv} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha + \tau_{xy}\cos 2\alpha \approx 1,3 \text{ kN/cm}^2$$

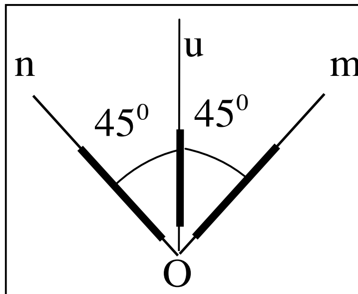
Ứng suất pháp lớn nhất tại điểm đó là:

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \approx 3,28 \text{ kN/cm}^2$$

Ví dụ 3.2. Tại một điểm trên mặt một vật thể chịu lực người ta đo được biến dạng tỷ đối theo các phương om, on, ou như sau:

$\varepsilon_m = 2,81.10^{-4}$; $\varepsilon_n = -2,81.10^{-4}$; $\varepsilon_u = 1,625.10^{-4}$

Xác định phương chính và ứng suất chính tại điểm ấy. Cho biết μ = 0,3; E = 2.10^4 kN/cm^2.



Hình 3.10

Giải: Ứng suất pháp phương m, n:

$$\varepsilon_m = \frac{1}{E}(\sigma_m - \mu\sigma_n) = \frac{1}{2.10^4}(\sigma_m - 0,3\sigma_n) = 2,81.10^{-4}$$

$$\varepsilon_n = \frac{1}{E}(\sigma_n - \mu\sigma_m) = \frac{1}{2.10^4}(\sigma_n - 0,3\sigma_m) = -2,81.10^{-4}$$

$$\Rightarrow \quad \sigma_m = 4,32 \text{ kN/cm}^2;\ \sigma_n = -4,32 \text{ kN/cm}^2$$

Biến dạng theo phương u:

$$\varepsilon_u = \frac{1}{E}\left[\sigma_u - \mu(\sigma_m + \sigma_n - \sigma_u)\right] = \frac{1}{2.10^4}\left[\sigma_u - 0,3(4,32 - 4,32 - \sigma_u)\right]$$

Theo đầu bài ta có $\varepsilon_u = 1,625.10^{-4} \Rightarrow \sigma_u = 2,5 \text{ kN/cm}^2$

Ứng suất tiếp τ_{mn} tính từ công thức:

$$\sigma_u = \frac{\sigma_m + \sigma_n}{2} + \frac{\sigma_m - \sigma_n}{2}\cos 2\alpha - \tau_{mn}\sin 2\alpha$$

$$\Rightarrow \quad 2,5 = \frac{4,32 - 4,32}{2} + \frac{4,32 + 4,32}{2}\cos 2.45^0 - \tau_{mn}\sin 2.45^0$$

$$\Rightarrow \quad \tau_{mn} = -2,5 \text{ kN/cm}^2$$

Giá trị ứng suất chính tại điểm cho trước:

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{\sigma_m + \sigma_n}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_m - \sigma_n)^2 + 4\tau_{mn}^2} =$$

$$= \frac{4,32 - 4,32}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(4,32 - 4,32)^2 + 4.2,5^2} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{max} = 5\text{kN/cm}^2 \\ \sigma_{min} = -5\text{kN/cm}^2 \end{cases}$$

Phương chính: $\mathrm{tg}2\alpha = -\dfrac{2\tau_{mn}}{\sigma_m - \sigma_n} = \dfrac{2.2,5}{4,32 + 4,32} \approx \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 15^0 \\ \alpha_2 = 105^0 \end{cases}$

VI. CÁC THUYẾT BỀN

1. Thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất (ƯSTLN)

⇒ Thuyết bền ƯSTLN do Culông (Coulomb) đưa ra năm 1773. Thuyết này cho rằng: vật liệu bị phá hoại là do ứng suất tiếp cực đại của phân tố ở trạng thái ứng suất phức tạp đạt đến ứng suất tiếp nguy hiểm của phân tố ở trạng thái ứng suất đơn.

⇒ *Hai trạng thái ứng suất phức tạp và đơn sẽ có độ bền tương đương nếu ứng suất tiếp lớn nhất của chúng bằng nhau.*

⇒ Điều kiện bền là: $\tau_{max} \le [\tau_{đơn}]$ (a)

$\Rightarrow$ Ta biết $\tau_{max} = \dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ (chương 3), $\tau^{max}_{đơn} = \dfrac{\sigma}{2}$, $\left[\tau_{đơn}\right] = \dfrac{[\sigma]}{2}$ (chương 2)

$\Rightarrow$ Do đó điều kiện bền theo giả thuyết ứng suất tiếp lớn nhất:

$$\boxed{\sigma_{tđ} = \sigma_1 - \sigma_3 \le [\sigma]} \qquad (3.21)$$

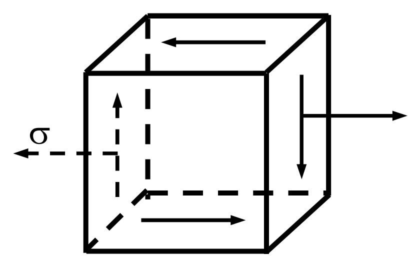
$\Rightarrow$ Trong trường hợp ứng suất phẳng đặc biệt (hình 4.10), ta có:

$$\sigma_1 = \sigma_{max} = \frac{1}{2}\sigma + \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}\ ;\ \sigma_3 = \sigma_{min} = \frac{1}{2}\sigma - \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \qquad (3.22)$$

$\Rightarrow$ Điều kiện bền theo giả thuyết ứng suất tiếp lớn nhất:

$$\boxed{\sigma_{tđ} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \le [\sigma]} \qquad (3.23)$$

$\Rightarrow$ Thuyết bền ƯSTLN rất phù hợp với vật liệu dẻo nhưng lại không thích hợp đối với vật liệu giòn. Thiếu sót của thuyết này là không kể đến ứng suất chính σ_2.



Hình 4.10

$\Rightarrow$ Thuyết ƯSTLN cho phép giải thích vì sao vật liệu bị nén đều theo tất cả các phương có thể chịu được những áp suất rất cao, vì trong trường hợp này thì σ_1=σ_3=-p $\Rightarrow$ dù áp suất p có lớn tới đâu $\sigma_{tđ}$ cũng luôn luôn bằng không.

2. Thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng (TNBĐHD)

$\Rightarrow$ Thuyết bền TNBĐHD do Huybe đưa ra năm 1904. Thuyết này cho rằng: vật liệu bị phá hoại là do thế năng biến đổi hình dạng của phân tố ở trạng thái ứng suất phức tạp đạt đến TNBĐHD ở trạng thái ứng suất nguy hiểm của phân tố ở trạng thái ứng suất đơn.

$\Rightarrow$ *Hai trạng thái ứng suất phức tạp và đơn sẽ có độ bền tương đương nếu thế năng riêng biến đổi hình dạng của chúng bằng nhau.*

$\Rightarrow$ Trạng thái ứng suất khối: $u_{hd} = \dfrac{1+\mu}{3E}\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1\right)$

$\Rightarrow$ Trạng thái ứng suất đơn: $u_{hd} = \dfrac{1+\mu}{3E}\sigma_{tđ}^2$

$\Rightarrow$ Điều kiện bền có dạng:

$$\boxed{\sigma_{tđ} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \le [\sigma]_k} \qquad (3.24)$$

$\Rightarrow$ Trong trường hợp trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt:

$$\sigma_{tđ} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \le [\sigma] \qquad (3.25)$$

⇒ Thuyết bền TNBĐHD phù hợp đối với vật liệu dẻo, nhưng đối với vật liệu giòn thì cũng không thích hợp. Mặt khác thuyết này vẫn chưa giải thích được sự phá hoại của vật liệu khi bị kéo đều theo 3 phương.

VII. ÁP DỤNG CÁC THUYẾT BỀN

⇒ Trong thực tế tính toán, việc chọn thuyết bền nào là phụ thuộc vào loại vật liệu sử dụng và trạng thái ứng suất của điểm kiểm tra. Nếu là vật liệu dẻo ta dùng thuyết thứ ba hoặc thứ tư, vật liệu giòn ta nên dùng thuyết bền Mo.

⇒ Gần đây xuất hiện nhiều thuyết mới liên quan chủ yếu đến các loại vật liệu mới như chất dẻo, sợi thuỷ tinh, chất dẻo nhiều lớp, …

⇒ Các nghiên cứu thực nghiệm và lý thuyết cho thấy rằng cấu trúc của tinh thể vật rắn biến dạng có ảnh hưởng lớn đến biến dạng và phá hỏng của vật liệu đó. Nếu bỏ qua ảnh hưởng đó thì kết quả tính toán theo các thuyết bền sẽ bị sai lệch. Do đó người ta đang tiếp tục nghiên cứu về vấn đề này.

Ví dụ. Kiểm tra bền của phân tố vật thể chịu các ứng suất:
σ_x = -4kN/cm^2, σ_y = -6 kN/cm^2, σ_z = 3 kN/cm^2, τ_{xy}= τ_{yx}=2 kN/cm^2, $\tau_{zx} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = \tau_{zy} = 0$. Cho biết [σ] = 12 kN/cm^2.

Giải: Nếu coi σ_z = 3 kN/cm^2 là một ứng suất chính của phân tố thì hai ứng suất chính còn lại:

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{-4-6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4+6}{2}\right)^2 + 2^2}$$

σ_{max} = -2,764 kN/cm^2 ; σ_{min} = -7,236 kN/cm^2

Như vậy:

σ_1 = 3 kN/cm^2; σ_2 = -2,764 kN/cm^2; σ_3 = -7,236 kN/cm^2

Theo thuyết bền ƯSTLN:

$$\sigma_{tđ} = \sigma_1 - \sigma_3 = 3 - (-\ 7{,}236) = 10{,}236 \le [\sigma]$$

Theo thuyết bền TNBĐHD:

$$\sigma_{tđ} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} = 8{,}888 \le [\sigma]$$

Như vậy phân tố đủ bền theo cả hai thuyết bền.