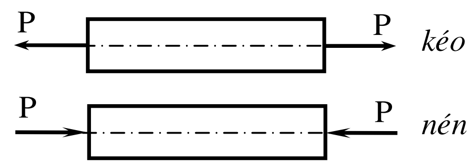
Chương 2. KÉO (NÉN) ĐÚNG TÂM

I. ĐỊNH NGHĨA VÀ CÁC GIẢ THUYẾT

1. Định nghĩa

⇒ *Thanh bị kéo (nén) đúng tâm (hình 2.1) là thanh mà trên mọi mặt cắt ngang chỉ có một thành phần nội lực là lực dọc* $\vec{N}_z$ *nằm trên trục thanh.*

Ví dụ: Hình 2.1 là các thanh chịu kéo và nén đúng tâm khi chịu lực P dọc trục thanh.



Hình 2.1

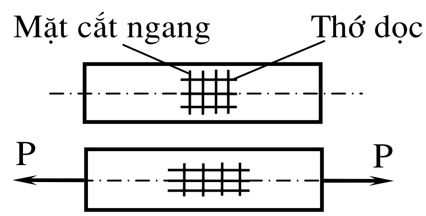
⇒ Để biết sự biến thiên của lực dọc $\vec{N}_z$ theo trục thanh, người ta lập một đồ thị biểu diễn, gọi là *biểu đồ lực dọc*.

⇒ Trong thực tế ta thường gặp các chi tiết máy, các cấu kiện trong công trình như cột, trụ máy, bu lông, cần pittông trong xi lanh, ... là những dạng thanh chịu kéo (nén) đúng tâm.

2. Các giả thuyết tính toán

Để đưa ra các giả thuyết đơn giản hóa quá trình tính toán, người ta làm thí nghiệm của thanh chịu kéo đúng tâm (hình 2.2).

Quan sát thí nghiệm người ta đưa ra hai giả thuyết sau:



Hình 2.2

⇒ *Giả thuyết MCN phẳng* (giả thuyết Béc-nu-li) MCN của thanh trước và sau khi biến dạng vẫn luôn thẳng và vuông góc với trục thanh.

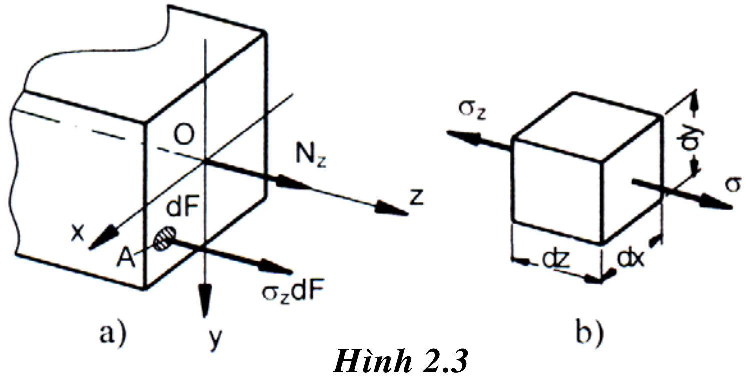
⇒ *Giả thuyết về các thớ dọc*: Trong quá trình biến dạng các thớ dọc luôn thẳng, song song với trục của thanh và không tác dụng tương hỗ lên nhau.

II. ỨNG SUẤT VÀ BIẾN DẠNG

2. Ứng suất

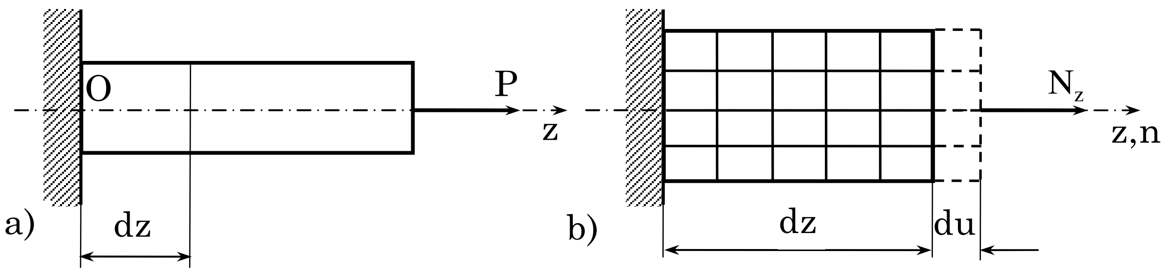
⇒ Trên MCN của thanh ta thiết lập hệ trục tọa độ Oxyz như hình 2.3a. Tách một phân tố hình hộp vô cùng bé có các mặt song song với mặt phẳng tọa độ (hình 2.3b).

⇒ Dựa trên hai giả thuyết trên ta rút ra kết luận là sau khi biến dạng, phân tố chỉ có biến dạng dài, không có biến dạng góc. Do đó phân tố không có ứng suất tiếp, chỉ có ứng suất pháp. Mặt khác dựa vào giả thuyết thớ dọc, ta thấy các thớ dọc không ép lên nhau và



Hình 2.3

cũng không đẩy nhau, nghĩa là $\sigma_x = \sigma_y = 0$, vậy phân tố chỉ còn thành phần ứng suất pháp σ_z (hình 2.3a).



Hình 2.4

⇒ Biến dạng dài tỷ đối theo phương trục z (hình 2.4):

$$\varepsilon_z = \frac{du}{dz} \tag{2.1}$$

⇒ Định luật Húc do nhà khoa học Anh, Robert Hooke tìm ra năm 1660:

$$\sigma_z = E\varepsilon_z \tag{2.2}$$

trong đó, hệ số tỉ lệ E được gọi là *môđun đàn hồi Young*.

⇒ Mặt khác, ta có:

$$N_z = \int_F \sigma_z dF = \sigma_z \int_F dF = \sigma_z F \Rightarrow \boxed{\sigma_z = \frac{N_z}{F}} \tag{2.3}$$

⇒ Trong tính toán thường viết: $\boxed{\sigma_z = \pm\frac{N_z}{F}}$ (2.4)

2. Biến dạng dọc và biến dạng ngang

⇒ Từ các công thức (2.2) và (2.3) suy ra: $\varepsilon_z = \frac{N_z}{EF}$ (2.5)

⇒ *Biến dạng dọc tuyệt đối* Δl: $\Delta l = \int_l \varepsilon_z dz = \int_l \frac{N_z}{EF} dz$ (2.6)

$\Rightarrow$ Trường hợp đặc biệt khi $\frac{N_z}{EF}$ = const:

$$\Delta l = \frac{N_z l}{EF}; \quad \Delta l = \sum_{i=1}^{m} \Delta l_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{N_{zi} l_i}{E_i F_i} \; (i = 1, 2, ..., n) \qquad (2.7)$$

$\Rightarrow$ *Biến dạng ngang* (biến dạng tỷ đối) theo phương ngang x hoặc y được kí hiệu là ε_x hoặc ε_y được xác định từ thí nghiệm:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\mu\varepsilon_z \qquad (2\text{-}8)$$

trong đó μ là hằng số tỉ lệ, được gọi là *hệ số Poatxông* (do nhà bác học Pháp Simon Denie Poisson, 1781-1840). Với mọi loại vật liệu giá trị của μ nằm trong khoảng 0≤ μ ≤ 0,5. Với thép μ = 0,3.

Ví dụ 2.1: Vẽ biểu đồ lực dọc của một thanh chịu lực như (hình 2.5a)

Giải:

1. Xác định phản lực tại C: $P_1 - P_2 + Z_C = 0$

$\Rightarrow Z_C = -P_1 + P_2 = 20$ kN, có chiều như hình vẽ.

2. Vẽ biểu đồ:

+ Xét đoạn AB: (hình 2.5b) (0 < z < 2a)

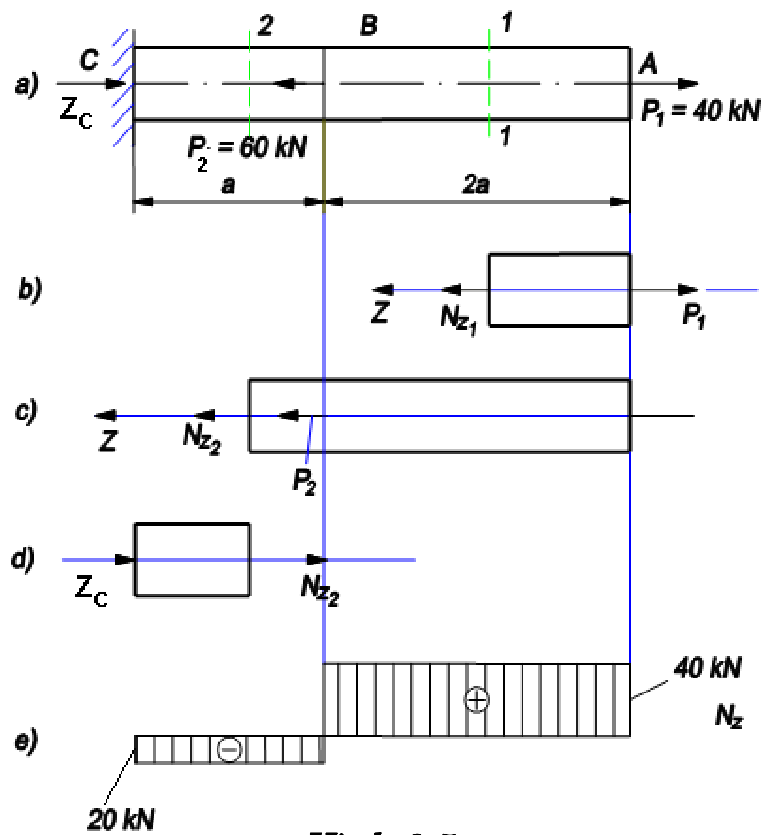
Xét cân bằng:

$$\sum Z = N_{Z_1} - P_1 = 0$$

$$\Rightarrow N_{z_1} = P_1 = 40kN > 0$$

+ Xét đoạn BC: (hình 2.5c), $(2a \le z_2 \le 3a)$

Xét cân bằng của phần phải, ta được:



Hình 2.5

$$\sum Z = N_{z_2} + P_2 - P_1 = 0$$

Suy ra: $N_{Z_2} = P_1 - P_2 = 40 - 60 = -20kN < 0$ - lực nén.

Tương tự ta có thể xét các mặt cắt từ phần trái, chọn gốc toạ độ tại C (hình 2.5d). Kết quả thu được cũng giống như trên. Biểu đồ nội lực như trên hình 2.5e.

Ví dụ 2.2. Một thanh thép dài 4m (hình 2.6a) có tiết diện

vuông mỗi cạnh a = 20mm chịu hai lực P_1 = 40kN ở mút A và P_2 = 60kN ở điểm giữa B. Cho biết E = $2.10^5 N/mm^2$, μ = 0,25, $l_1 = l_2$ = l =2m. Hãy tính chuyển vị của mút thanh và biến dạng tuyệt đối của kích thước ngang tại mặt cắt nguy hiểm.

Giải:

1. Lập biểu đồ lực dọc
2. Chuyển vị của mút thanh:

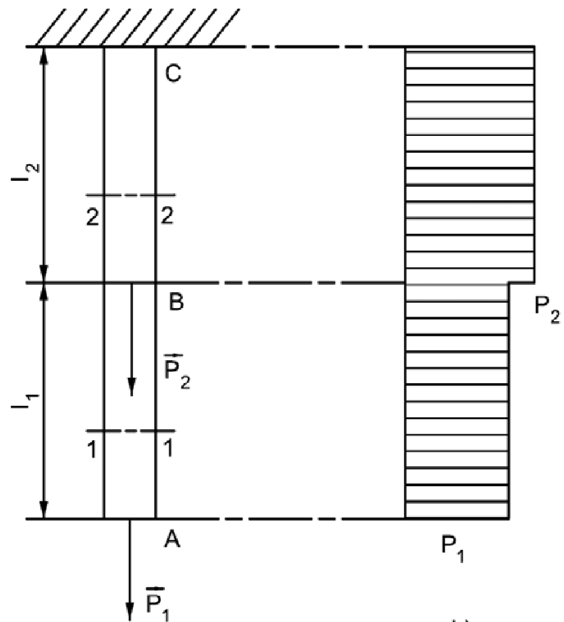
$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{N_{z_1} l}{EF} + \frac{N_{z_2} l}{EF} =$$

$$= \frac{1}{EF}\left(N_{z_1} + N_{z_2}\right) = 4,5mm$$

Các mặt cắt nguy hiểm thuộc đoạn BC: ứng suất pháp bằng:

$$\sigma_z = \frac{N_{z_2}}{F} = \frac{100.10^3}{400} = 250N/mm^2$$

Biến dạng dọc (tương đối) của đoạn này bằng:



Hình 2.6

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} = \frac{250}{2.10^5} = 0,00125 = 0,125\%$$

Biến dạng ngang: $\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\mu\varepsilon_z$ = - 0,25.0,00125 = -0,03125%

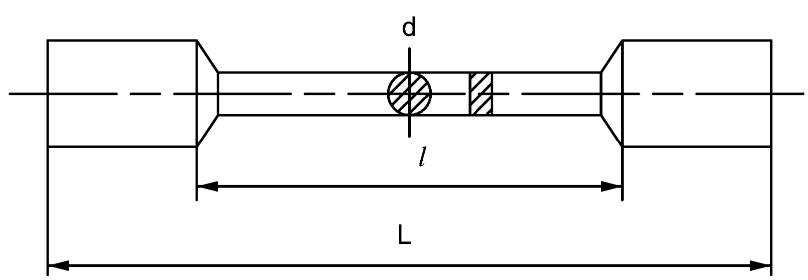
Biến dạng tuyệt đối của mặt cắt ngang (lượng co):

$$\Delta a = \varepsilon_x a = -0,0003125.20 = -0,00625mm$$

Biến dạng ngang rất nhỏ so với biến dạng dọc.

III. TÍNH CHẤT CƠ HỌC CỦA VẬT LIỆU

⇒ Tính chất cơ học của vật liệu là những tính chất vật lí thể hiện trong quá trình biến dạng dưới tác dụng của ngoại lực.



Hình 2.7

⇒ Thông thường, người ta chia vật liệu làm hai loại: *vật liệu dẻo* và *vật liệu giòn*

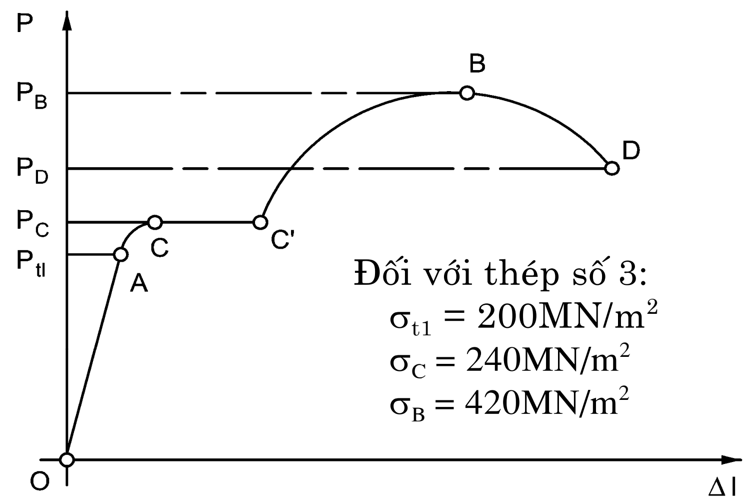
1. Thí nghiệm kéo vật liệu dẻo

Mẫu thử hay *mẫu thí nghiệm* (hình 2.7).

Quan hệ giữa lượng giãn Δl và lực kéo P được biểu diễn bằng biểu đồ kéo (hình 2.8). Quá trình biến dạng gồm 3 giai đoạn:

$\Rightarrow$ *Giai đoạn thứ nhất: giai đoạn tỉ lệ* hay *giai đoạn đàn hồi* OA. Giới hạn tỉ lệ hay giới hạn đàn hồi σ_{tl}:

$$\sigma_{tl} = \frac{P_{tl}}{F_0} \quad (2.9)$$



Hình 2.8

$\Rightarrow$ *Giai đoạn thứ hai: giai đoạn chảy dẻo.*

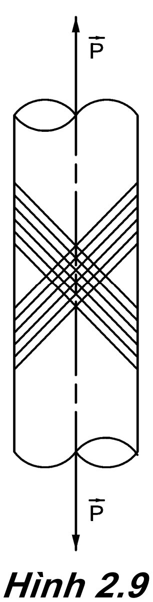
Ứng suất:

$$\sigma_C = \frac{P_C}{F_0} \quad (2.10)$$

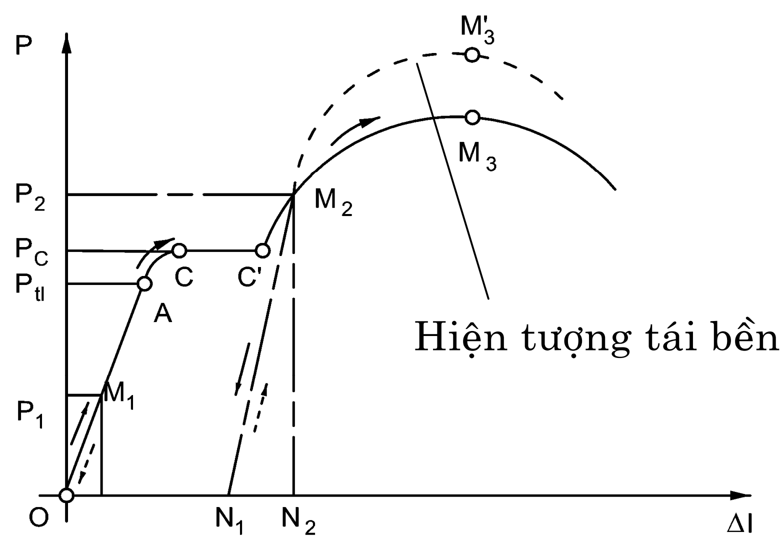
được gọi là *giới hạn chảy (dẻo)*. Trên mặt mẫu sẽ thấy xuất hiện những đường gợn nghiêng với trục thanh một góc khoảng 45^0 (hình 2.9).

$\Rightarrow$ *Giai đoạn thứ ba (giai đoạn củng cố):*

Ứng suất cực đại: $\sigma_B = \frac{P_B}{F_0}$ được gọi là *giới hạn bền*.



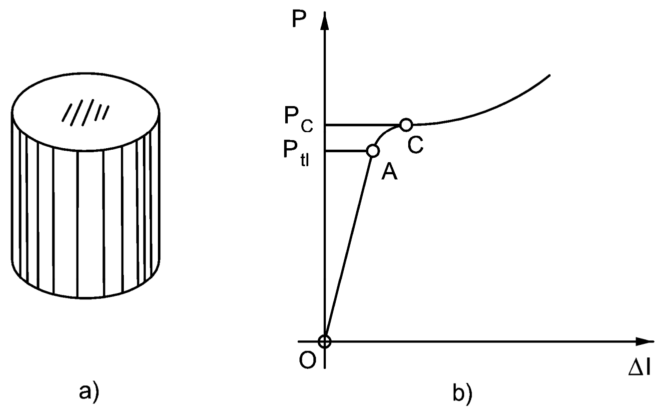
Hình 2.9



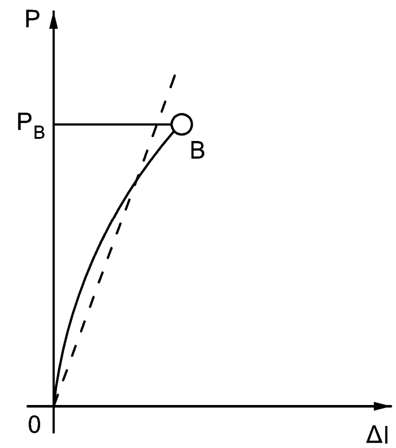
Hình 2.10

2. Thí nghiệm nén vật liệu dẻo

⇒ Mẫu thử thường hình 2.11a. *Biểu đồ nén* (hình 2.11b) có giới hạn tỉ lệ, giới hạn chảy nhưng không có giới hạn bền.



Hình 2.11



Hình 2.12

3. Thí nghiệm kéo và nén vật liệu giòn

⇒ Vật liệu giòn chịu kéo rất kém, nên bị phá hỏng đột ngột ngay khi độ giãn còn rất nhỏ. Hình 2.12 - biểu đồ kéo (P–Δl). Khi bị nén cũng bị phá hỏng ngay khi biến dạng còn nhỏ.

⇒ Vật liệu giòn chỉ có giới hạn bền: $\sigma_B = \dfrac{P_B}{F_0}$

IV. TÍNH TOÁN VỀ KÉO (NÉN) ĐÚNG TÂM

1. Ứng suất cho phép và điều kiện bền

⇒ Ứng suất cho phép [σ]: $[\sigma] = \dfrac{1}{n}\sigma_0$ (2.14)

⇒ Như vậy đối với vật liệu dẻo: $[\sigma]_n = [\sigma]_k = \dfrac{\sigma_{ch}}{n}$ (2.15)

⇒ Đối với vật liệu giòn, vì khả năng chịu nén tốt hơn chịu kéo $\sigma_B^n > \sigma_B^k$, nên ta có hai ứng suất cho phép khác nhau:

$$[\sigma]_n = \frac{\sigma_B^n}{n}\ ;\ [\sigma]_k = \frac{\sigma_B^k}{n} \qquad (2.16)$$

⇒ *Hệ số an toàn* n thường lớn hơn 1.

⇒ Để đảm bảo sự làm việc an toàn khi thanh chịu kéo (nén) đúng tâm, ứng suất trong thanh phải thoả mãn *điều kiện bền*:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} \le [\sigma] \qquad (2.17)$$

2. Ba loại bài toán cơ bản

⇒ Từ bất đẳng thức (2.17), ta có *ba loại bài toán cơ bản* sau:

a. Kiểm tra bền (bài toán loại 1)

⇒ Điều kiện bền của thanh: $\sigma_{max} = \frac{N_z}{F} \le [\sigma]$ (2.18)

⇒ Đối với các vật liệu giòn là:

$$\sigma_{max} = \frac{N_z}{F} \le [\sigma]_k\ ;\ \sigma_{min} = \frac{N_z}{F} \le [\sigma]_n \qquad (2.19)$$

b. Chọn kích thước mặt cắt ngang hay thiết kế (bài toán loại 2)

$$F_{min} \ge \frac{N_z}{[\sigma]} = [F] \qquad (2.20)$$

⇒ Để đảm bảo an toàn và tiết kiệm, chỉ nên chọn F xấp xỉ tỷ số $N_z/[\sigma]$ chừng 5% là đủ.

c. Tải trọng cho phép (bài toán loại 3)

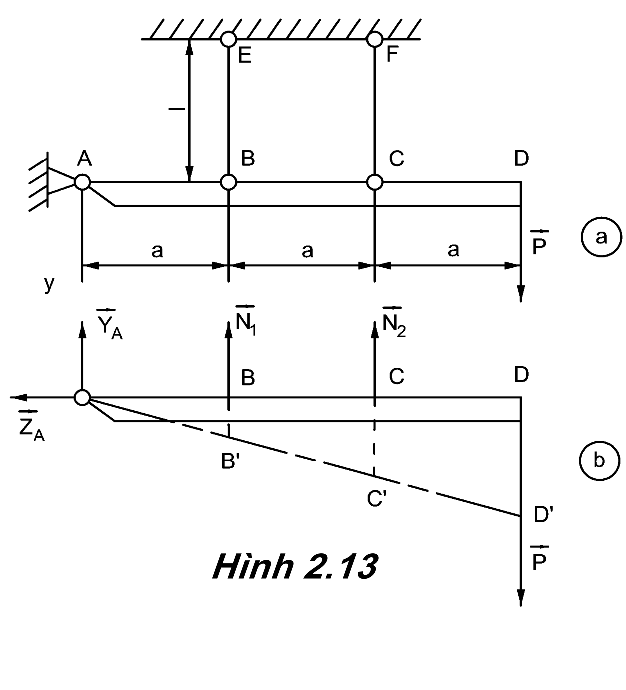
$$N_{z\max} \le F[\sigma] = [N_z] \qquad (2.25)$$

⇒ Từ *điều kiện cứng*, cũng dẫn đến ba loại bài toán tương tự.

VI. BÀI TOÁN SIÊU TĨNH

⇒ Trong các *bài toán tĩnh định* chỉ cần dựa vào các phương trình cân bằng tĩnh học để xác định nội lực. Trong *bài toán siêu tĩnh* nếu chỉ dựa vào phương trình cần bằng tĩnh học thì không đủ giải được nội lực mà phải dựa thêm vào một số *phương trình bổ sung* lập được nhờ việc xét *điều kiện biến dạng* của cơ hệ. Số phương trình bổ sung gọi là *bậc siêu tĩnh* của cơ hệ.

Ví dụ 2.3. Tìm ứng suất pháp trong các thanh EB và FC làm bằng cùng một loại vật liệu dùng để treo một thanh AD tuyệt đối cứng (hình 2.13). Các thanh treo có diện tích mặt cắt $F = 12cm^2$.



Hình 2.13

Giải

Thay liên kết bằng các phản lực liên kết $\vec{Y}_A, \vec{Z}_A, \vec{N}_1, \vec{N}_2$; Lập phương trình cân bằng:

$$\sum m_A(F) = 2aN_2 + aN_1 - 3aP = 0 \rightarrow 3P = N_1 + 2N_2 \qquad (a)$$

Đây là bài tập toán siêu tĩnh bậc 1. Điều kiện tương thích biến dạng (Δl_1 = BB', Δl_2 = CC', Δ ABB' ~ Δ ACC'): $\Delta l_2 = 2\Delta l_1$ (b)

Theo công thức (2.7) ta có: $\Delta l_1 = \dfrac{N_1 l}{EF}$, $\Delta l_2 = \dfrac{N_2 l}{EF}$

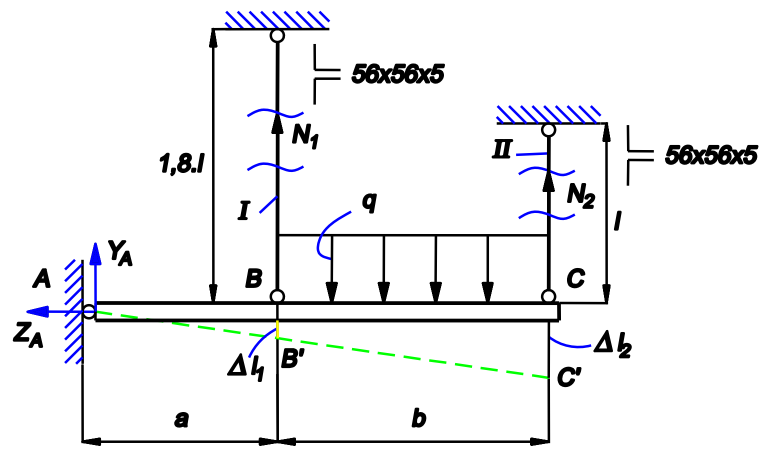
Thay vào biểu thức (b), dễ thấy: $N_2 = 2N_1$

$$\Rightarrow N_2 = \frac{6P}{5} = \frac{6.160}{5} = 192\text{kN};\quad N_1 = \frac{192}{2} = 96\text{kN}$$

Ứng suất trong các thanh EB và FC là:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F} = \frac{96}{12.10^{-4}} = 8.10^4 \text{kN/m}^2 = 80\text{MN/m}^2;\ \sigma_2 = 2\sigma_1 = 160\text{MN/m}^2$$

Ví dụ 2.4. Dầm tuyệt đối cứng AB được giữ bởi các thanh thép có σ_{ch} = 24 kN/cm^2 (hình 2.11). Xác định tải trọng cho phép [q]. Biết n = 1,6; E = 2.10^4 kN/cm^2.



Hình 2.11

Bài giải .

Lấy tổng mômen các lực đối với điểm A, ta có:

$$\sum m_{(A)}(\vec{F}) = N_1.2 + N_2.5 - q.3.(2 + \frac{3}{2}) = 0 \qquad (a)$$

Phương trình phụ tìm được từ điều kiện hai tam giác đồng dạng $ABB' \sim ACC'$, ta có: $\dfrac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \dfrac{2}{5} \Rightarrow 5\dfrac{N_1 l_1}{E_1 F_1} = 2\dfrac{N_2 l_2}{E_2 F_2}$ (b)

trong đó: $E_1 = E_2 = E$; $F_1 = F_2 = F$; $l_1 = 1{,}8l$; $l_2 = l$

Giải phương trình (a) và (b) ta được: $N_1 = \dfrac{21}{44}q$; $N_2 = \dfrac{84}{44}q$

Do $N_2 > N_1$, nên điều kiện bền phải xuất phát từ N_2. Theo (2.25) ta có: $N_2 = F[\sigma]$.

Tra bảng thép góc 56×56×5 có: F = 5,41cm^2

Do $[\sigma] = \dfrac{\sigma_{ch}}{n} = \dfrac{24}{1{,}6} = 15\text{kN/cm}^2 \Rightarrow [q] = \dfrac{5{,}41 \times 15}{84}44 = 42{,}5\ \text{kN/cm}$