

# PHẦN II. CƠ HỌC VẬT RẮN BIẾN DẠNG

Mục đích của phần này nhằm trang bị cho sinh viên những kiến thức cơ bản về việc tính toán, thiết kế các chi tiết máy, kết cấu công trình.

## Chương 1. NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN

### I. NHIỆM VỤ VÀ ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU

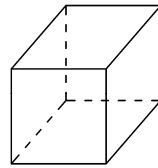
#### 1. Nhiệm vụ

⇒ Tính toán về độ bền, độ cứng và độ ổn định của các bộ phận công trình hoặc các chi tiết máy. Khi thiết kế các bộ phận công trình hoặc các chi tiết máy, ta phải thoả mãn các điều kiện sau:

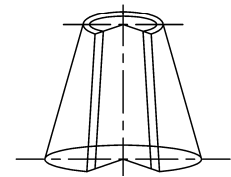
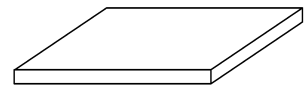
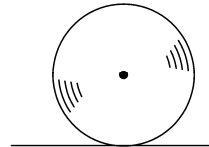
- Chi tiết không bị phá hỏng hay đảm bảo **điều kiện bền**.
- Độ biến dạng của chi tiết không vượt quá mức độ cho phép hay đảm bảo **điều kiện cứng**.
- Chi tiết luôn giữ được hình dáng ban đầu hay đảm bảo điều kiện **ổn định**.

#### 2. Đối tượng nghiên cứu

**Vật rắn biến dạng:** về vật liệu là các vật thể có tính đàn hồi tuyệt đối, về mặt hình học chủ yếu là các thanh. Ngoài ra các dạng khác như: tấm, vỏ, ống dày, đĩa, v.v. Thông thường xét một trong ba cấu hình sau:



Hình 1.1

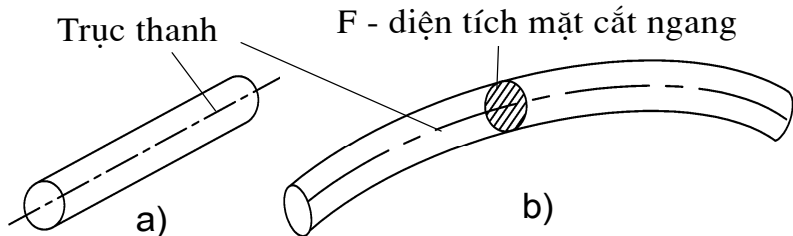


Hình 1.2

⇒ **Khối:** (hình 1.1)

⇒ **Tấm và vỏ**  
(hình 1.2)

⇒ **Thanh** (hình 1.3)



Hình 1.3

### II. MỘT SỐ GIẢ THUYẾT CƠ BẢN VỀ VẬT LIỆU

#### 1. Giả thuyết về sự liên tục, đồng nhất và đẳng hướng

Dưới tác dụng của ngoại lực mọi vật rắn thực đều bị biến dạng, nghĩa là biến đổi hình dạng và kích thước, đó là vì ngoại lực làm thay đổi vị trí tương đối vốn có giữa các phân tử cấu tạo nên vật rắn ấy.

⇒ **Tính liên tục:** vật rắn được gọi là *liên tục* nếu mỗi phân tử bé tùy ý của nó đều chứa vô số chất điểm sao cho trong vật thể không có lỗ rỗng.

⇒ **Tính đồng nhất** có nghĩa là tại mọi điểm trong vật thể, vật liệu có tính chất lý - hoá như nhau.

⇒ **Tính đẳng hướng** là tính chất cơ - lý của vật liệu theo mọi phương đều như nhau.

## 2. Giả thuyết về sự đàn hồi

⇒ Vật rắn được gọi là *đàn hồi* (hay rõ hơn, *đàn hồi tuyệt đối*) nếu có khả năng phục hồi hoàn toàn hình dạng và kích thước vốn có sau khi ngoại lực thôi tác dụng, biến dạng được khôi phục hoàn toàn sau khi hết ngoại lực được gọi là biến dạng đàn hồi.

⇒ Vật *đàn hồi tuyến tính* là vật mà biến dạng là đàn hồi và tỉ lệ bậc nhất với nội lực. Những vật đàn hồi khác được gọi là vật *đàn hồi phi tuyến*.

## 3. Giả thuyết về biến dạng và chuyển vị bé

⇒ Biến dạng bé có thể hiểu là nó nhỏ đến mức như những đại lượng vô cùng bé. Chuyển vị là rất bé so với kích thước của vật thể.

⇒ Từ giả thuyết này ta có thể xem điểm đặt của ngoại lực là không thay đổi khi vật thể bị biến dạng và ta có thể viết các phương trình tĩnh và động của một vật được coi như ở trạng thái không biến dạng. Cũng từ giả thuyết cho phép áp dụng nguyên lý cộng tác dụng hay nguyên lý độc lập tác dụng đối với vật chịu tác dụng của nhiều hệ tải trọng khác nhau.

*Nguyên lý cộng tác dụng* phát biểu như sau: Một vật hay một hệ đàn hồi khi chịu tác dụng đồng thời của nhiều nguyên nhân khác nhau thì một đại lượng (chuyển vị, ứng suất, biến dạng) của vật sẽ bằng tổng các đại lượng đó do từng nguyên nhân riêng rẽ gây ra.

# III. NGOẠI LỰC VÀ SƠ ĐỒ HÓA KẾT CẤU

## 1. Khái niệm ngoại lực

⇒ Ngoại lực bao gồm *tải trọng* (tĩnh và động) và các *phản lực liên kết*.

⇒ Tải trọng là ngoại lực có phương, chiều, trị số, điểm đặt và tính chất đã biết trước.

Phân loại theo đặc điểm đặt lực theo thời gian ta có *tải trọng tĩnh* (trị số thay đổi dần dần từ 0 đến một giá trị xác định, sau đó không thay đổi) và *tải trọng động* (có trị số thay đổi từ không đến giá trị cuối cùng hoặc

thay đổi theo chu kỳ không có giá trị ổn định). Tải trọng động gây ra lực quán tính, còn tải trọng tĩnh thì coi là không.

Phân loại tải trọng theo hình thức tác dụng:

- *Lực tập trung*: là những lực tác dụng tại một điểm của vật thể (lực  $P$  trên hình 1.4).
- *Lực phân bố theo chiều dài, bề mặt, thể tích*: lực tác dụng theo chiều dài, bề mặt, tác dụng trong mọi điểm của vật thể (hình 1.4)
- *Ngẫu lực tập trung (mômen tập trung)* hoặc *phân bố* (hình 1.5).

## 2. Liên kết và phản lực liên kết

*Liên kết* là những điều kiện hình học hay động học ràng buộc chuyển vị tự do của vật khảo sát. Các vật được nối với vật khảo sát làm cản trở chuyển vị của vật khảo sát gọi là vật

gây liên kết. Tác dụng tương hỗ giữa vật khảo sát và vật gây liên kết gọi là lực liên kết. Lực mà vật gây liên kết đặt vào vật khảo sát gọi là *phản lực liên kết*. Phản lực liên kết cùng phương, trái chiều với chiều chuyển vị bị cản trở. Các liên kết thường gặp gồm liên kết gối tựa (di động, cố định), gối đàn hồi, liên kết ngàm cứng, ngàm trượt, ngàm đàn hồi, ... (hình 1.6).

Phản lực liên kết được xác định nhờ các phương trình cân bằng tĩnh học:

Với bài toán phẳng ta có

$$a) \sum X = 0, \sum Y = 0, \sum M_O = 0 \text{ (x không song song với y, O là bất kỳ)}$$

$$b) \sum U = 0, \sum M_A = 0, \sum M_B = 0 \text{ (AB không vuông góc với trục u)}$$

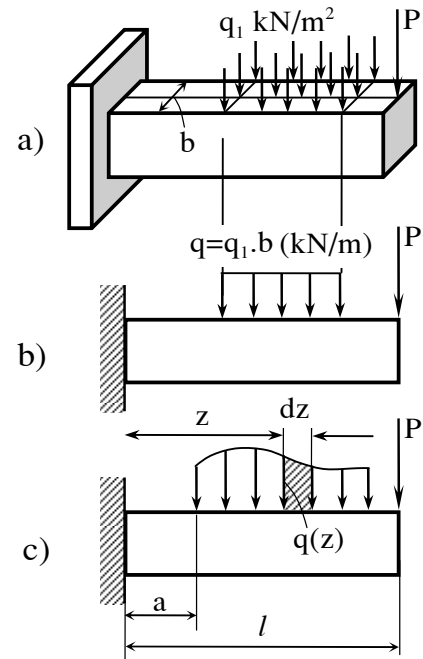
$$c) \sum M_A = 0, \sum M_B = 0, \sum M_C = 0 \text{ (A, B, C không thẳng hàng)}$$

Với bài toán không gian:

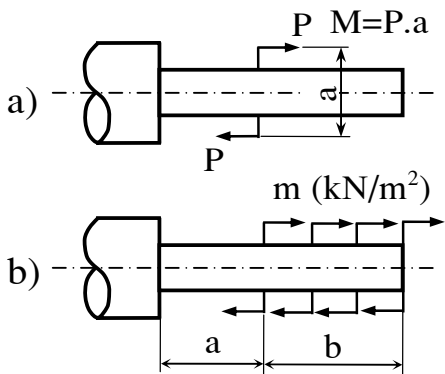
$$\sum X = 0, \sum Y = 0, \sum Z = 0, \sum m_x = 0, \sum m_y = 0, \sum m_z = 0$$

## 3. Sơ đồ hoá kết cấu

$\Rightarrow$  Hình 1.7 là hai sơ đồ tính được rút ra từ dầm thực tương ứng, được sơ đồ hoá bởi một đường trục và các liên kết.

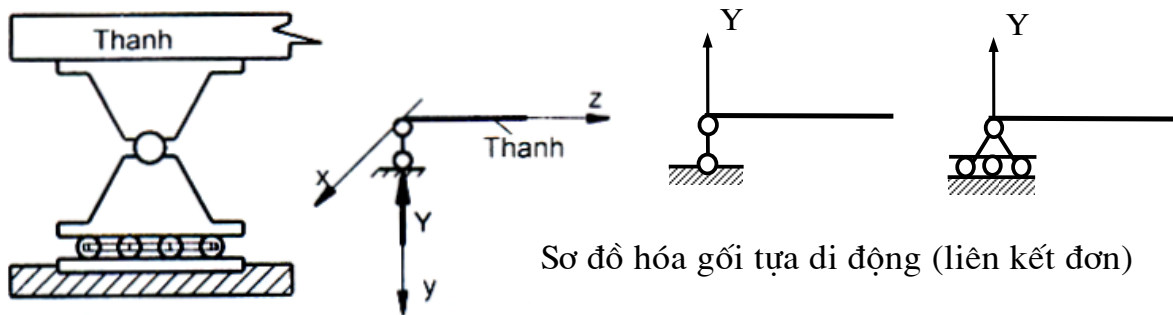


**Hình 1.4**

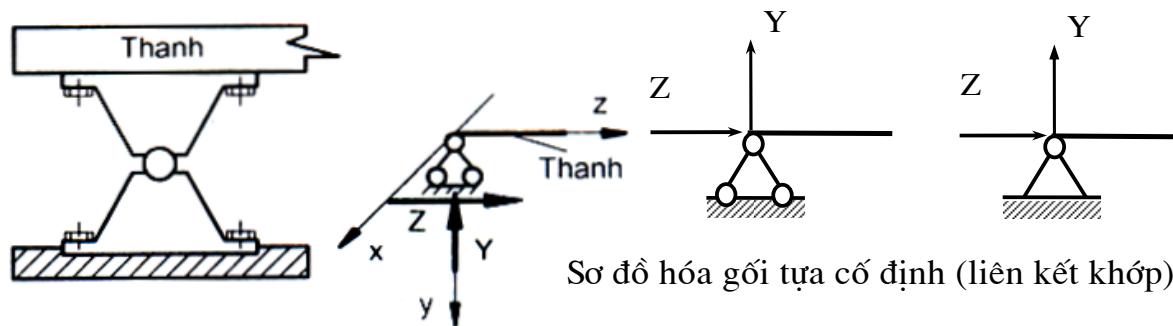


**Hình 1.5**

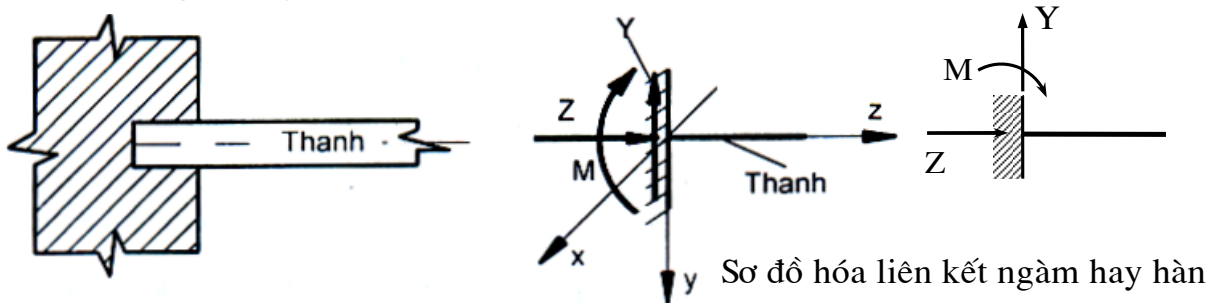
*Liên kết gối tựa di động (liên kết đơn)*



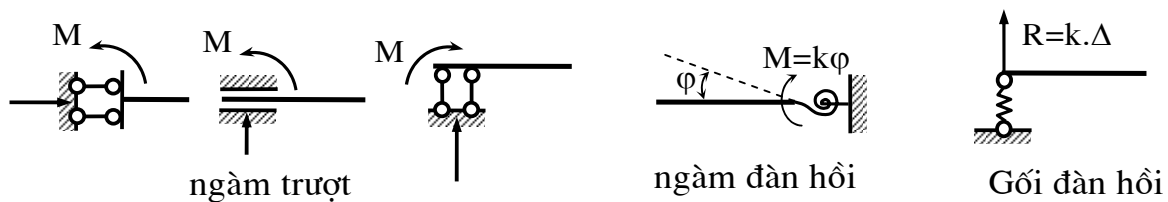
*Liên kết gối tựa cố định (liên kết khớp)*



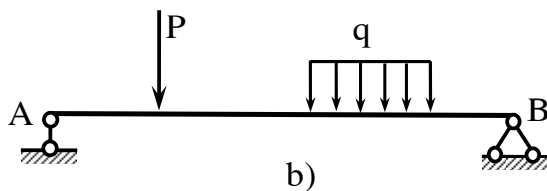
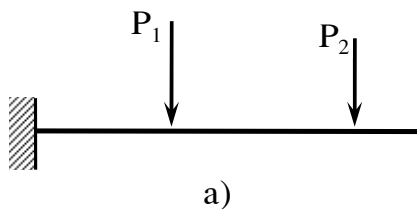
*Liên kết ngàm hay liên kết hàn*



*Một số dạng liên kết khác*



**Hình 1.6**



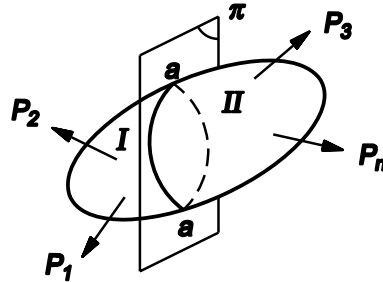
**Hình 1.7**

## IV. NỘI LỰC VÀ ỨNG SUẤT

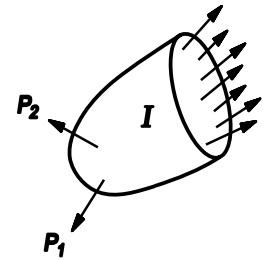
### 1. Nội lực

⇒ Phần lực tác dụng tương hỗ để chống lại tác dụng của ngoại lực gọi là *nội lực*.

⇒ *Phương pháp mặt cắt* xác định nội lực.

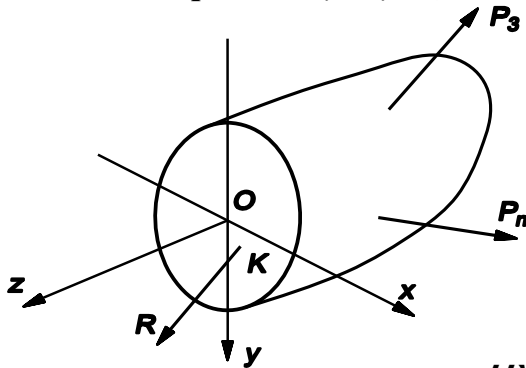


Hình 1.8

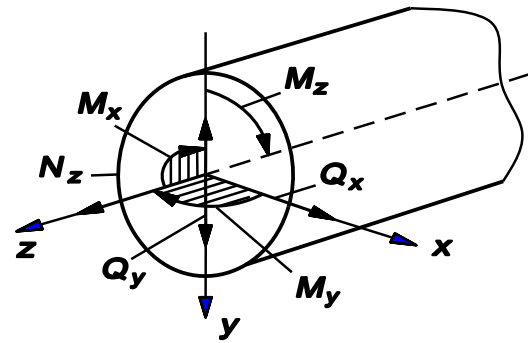


Hình 1.9

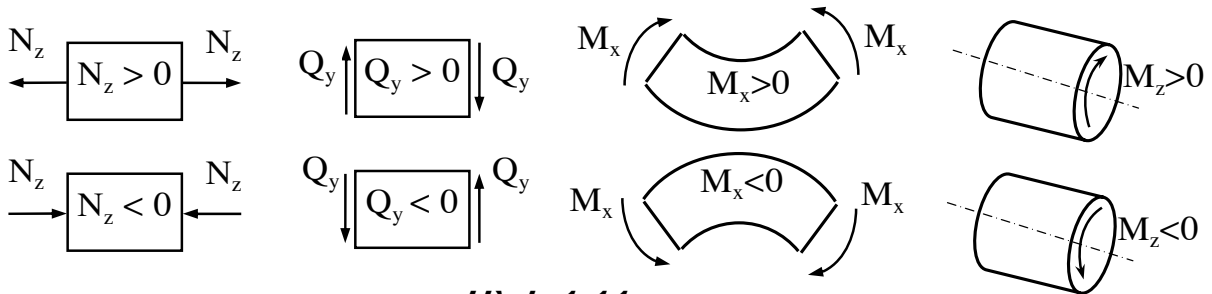
**Các thành phần nội lực (hình 1.10) và quy ước về dấu (hình 1.11):**



Hình 1.10



Lực dọc  $N_z$ ; lực cắt  $Q_x, Q_y$ ; mômen uốn  $M_x, M_y$ ; mômen xoắn  $M_z$ .



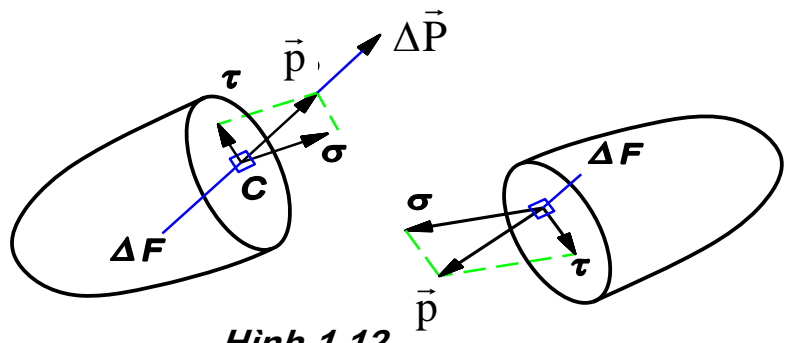
Hình 1.11

### 2. Ứng suất

⇒ Cường độ của nội lực tại một điểm nào đó trên mặt cắt được gọi là ứng suất toàn phần, ký hiệu  $\vec{p}$  (hình 1.12).

⇒ Ứng suất trung bình tại điểm M ký hiệu là:

$$\vec{p}_{tb} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta F}$$



Hình 1.12

(1.1)

$$\Rightarrow \text{Ứng suất toàn phần tại điểm M: } \vec{p} = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta F} \text{ [lực/chiều dài}^2\text{]} \quad (1.2)$$

Trong hệ thống đơn vị quốc tế (SI) đơn vị ứng suất là  $1 \text{ N/m}^2$ , đơn vị này cũng gọi là Pascal (Pa). Ngoài ra còn phổ biến một số đơn vị ứng suất khác và quan hệ giữa các đơn vị này như sau:

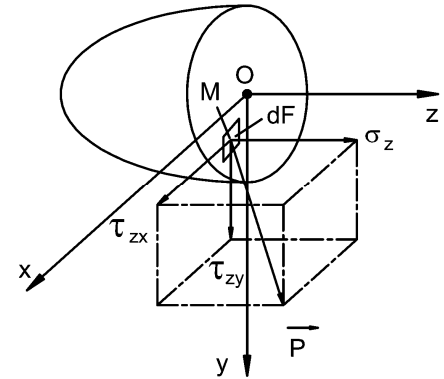
$$1 \text{ bar} = 0,1 \text{ MPa} = 1 \text{ daN/cm}^2 = 1 \text{ kG/cm}^2 = 10^5 \text{ N/m}^2.$$

$$1 \text{ MPa} = 1 \text{ MN/m}^2 = 10 \text{ daN/cm}^2 = 10 \text{ kG/cm}^2 = 10^6 \text{ N/m}^2.$$

$\Rightarrow$  Ứng suất toàn phần  $\vec{p}$  phân làm hai thành phần (hình 1.12): ứng suất pháp, ký hiệu  $\sigma$ , ứng suất tiếp, ký hiệu  $\tau$ :

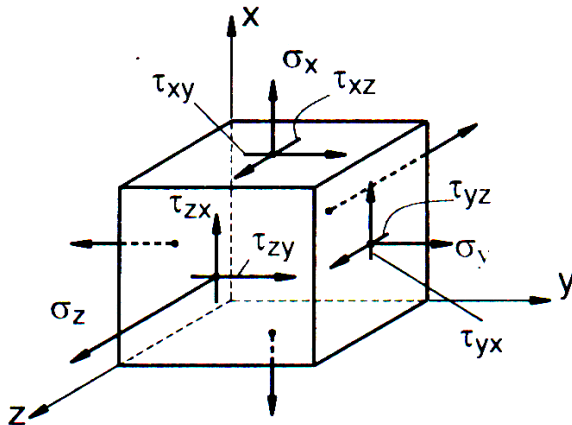
$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2} \quad (1.3)$$

$\Rightarrow$  Có thể phân ứng suất  $\vec{p}$  thành ba phần theo 3 trục tọa độ là ứng suất pháp  $\sigma_z$  và ứng suất tiếp  $\tau_{zx}, \tau_{zy}$  (hình 1.13).

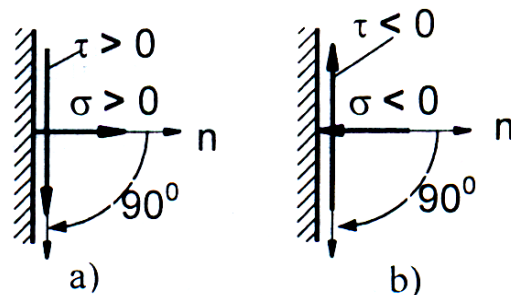


**Hình 1.13**

$\Rightarrow$  Trong Sức bền vật liệu, người ta thường hay tách ra từ vật thể tại điểm đang xét một thể tích vật chất có kích thước vô cùng bé, gọi là *phân tố thể tích*. Hình dạng phân tố được chọn phù hợp với hệ tọa độ dùng để tính toán. Trong hệ tọa độ Đề các, phân tố là hình hộp chữ nhật có các mặt vuông góc với các trục tọa độ (hình 1.14). Các thành phần ứng suất được ký hiệu theo các phương của hệ trục tọa độ.



**Hình 1.14**



**Hình 1.15**

**Quy ước dấu của ứng suất:** ứng suất pháp và tiếp thể hiện trên phân tố thể tích (hình 1.14) đều là ứng suất dương. Đối với bài toán phẳng, ta có quy ước dấu của ứng suất như sau (hình 1.15):

$\Rightarrow$  ứng suất pháp được coi là dương nếu nó đi ra khỏi mặt cắt.

⇒ ứng suất tiếp được coi là dương nếu khi quay pháp tuyến ngoài của mặt cắt cùng chiều kim đồng hồ mà chiều của nó trùng với chiều của ứng suất tiếp.

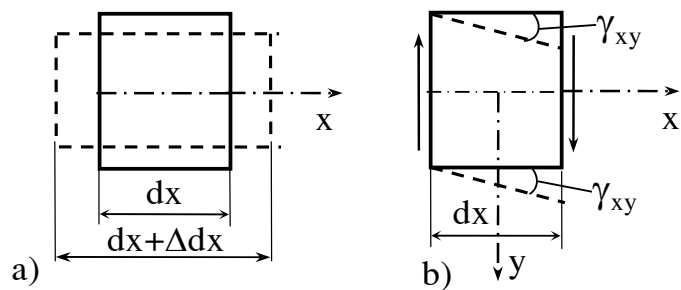
⇒ Quan hệ giữa ứng suất và các nội lực có hệ thức sau:

$$\begin{aligned} Q_x &= \int_F \tau_{zx} dF; Q_y = \int_F \tau_{zy} dF; N_z = \int_F \sigma_z dF; M_x = \int_F y \sigma_z dF; \\ M_y &= \int_F x \sigma_z dF; M_z = \int_F (x \tau_{zy} - y \tau_{zx}) dF \end{aligned} \quad (1.4)$$

## IV. BIẾN DẠNG VÀ CHUYỂN VỊ

### 1. Biến dạng dài và biến dạng góc

⇒ Sự thay đổi hình dáng và kích thước của vật thể khi chịu tác dụng của ngoại lực được gọi chung là biến dạng. Biến dạng được phân thành hai loại: *biến dạng dài* (biến dạng thẳng) và *biến dạng góc* (biến dạng trượt).



Hình 1.16

⇒ Độ thay đổi chiều dài của các cạnh phân tố tách ra như trên hình 1.16 gọi là *biến dạng dài*. Ví dụ  $\Delta dx$  gọi là biến dạng dài tuyệt đối của cạnh  $dx$  của phân tố (hình 1.16a).

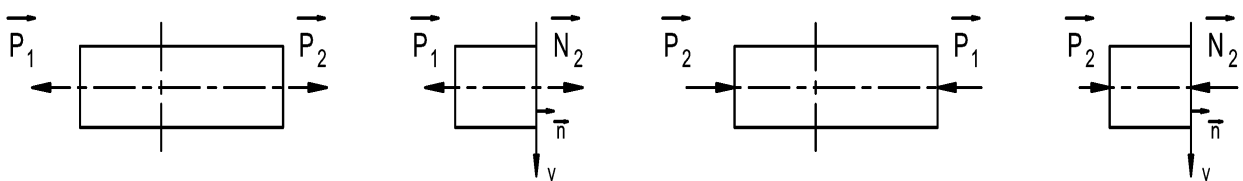
$\varepsilon_x = \frac{\Delta dx}{dx}$  là biến dạng dài tương đối hay biến dạng dài tỷ đối của cạnh  $dx$ .

⇒ Độ thay đổi về góc của các góc vuông của phân tố được gọi là biến dạng góc. Ví dụ  $\gamma_{xy}$  là biến dạng góc của góc vuông trong mặt phẳng  $xy$  (hình 1.16b).

⇒ *Biến dạng cơ bản được phân loại theo thành phần nội lực trên hệ trục quán tính chính trung tâm.*

**a. Kéo (hoặc nén) đúng tâm** (hình 1.17):

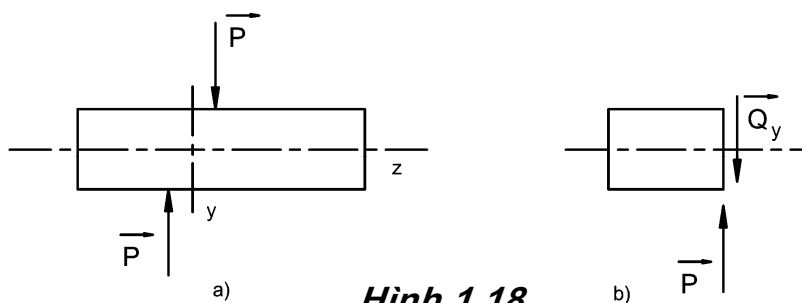
⇒ Hệ nội lực ở mặt cắt ngang tương đương với một lực dọc  $\vec{N}_z$



Hình 1.17

### b. Cắt (hay trượt) (hình 1.18)

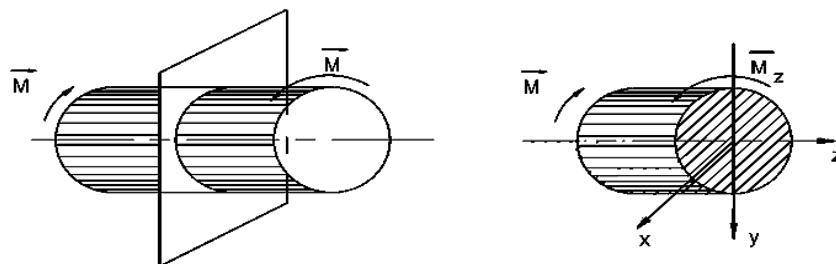
⇒ Hệ nội lực ở mặt cắt ngang tương đương với một lực ngang  $\bar{Q}_y$  (hoặc  $\bar{Q}_x$ ).



**Hình 1.18**

### c. Xoắn (hình 1.19).

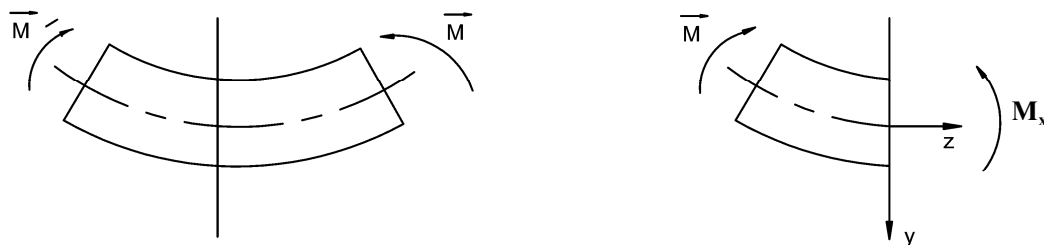
⇒ Hệ nội lực ở mặt cắt ngang tương đương với một ngẫu lực có mômen  $M_z$  nằm trong mặt cắt



**Hình 1.19**

### d. Uốn (hình 1.20).

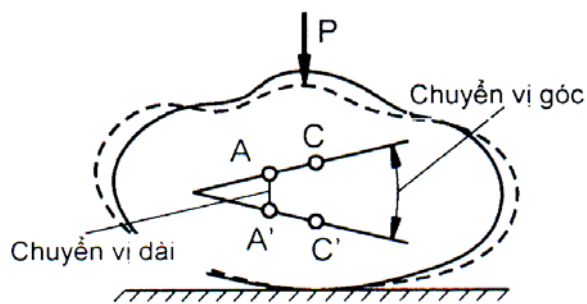
⇒ *Uốn thuần túy*: Hệ nội lực ở mặt cắt ngang tương đương với một ngẫu lực có mômen  $M_x$  (hoặc  $M_y$ ). *Uốn ngang*:  $Q_y, M_x$  ( $Q_x, M_y$ )



**Hình 1.20**

## 2. Chuyển vị dài và chuyển vị góc

Độ dời từ vị trí cũ sang vị trí mới của các điểm trong vật thể bị biến dạng gọi là *chuyển vị dài*. Góc tạo bởi hai vị trí cũ và mới của một đoạn thẳng nào đó trong vật thể biến dạng gọi là *chuyển vị góc*.



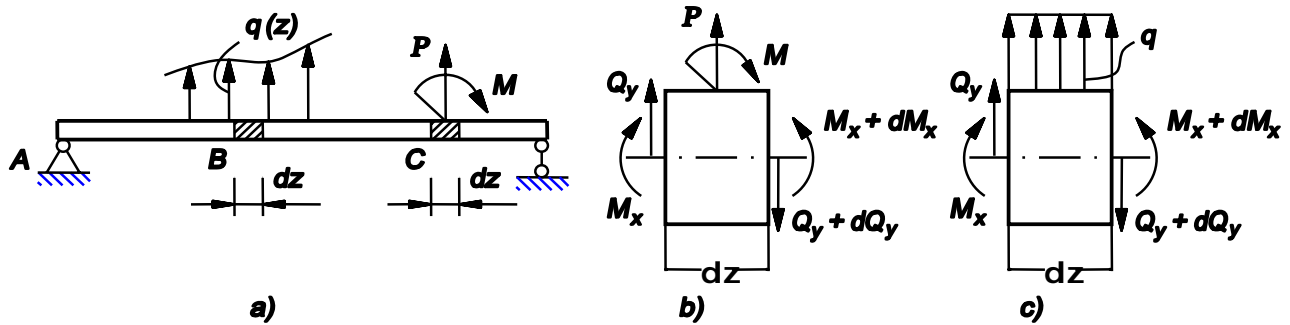
**Hình 1.21**

Chẳng hạn ta xét một vật thể bị biến dạng dưới tác dụng của các ngoại lực như hình 1.21. Gọi A' và C' là vị trí sau khi biến dạng của hai điểm A và C trong vật thể. Khi đó ta có AA' là chuyển vị dài của điểm A, còn góc tạo bởi AC và A'C' là chuyển vị góc.



## VI. LIÊN HỆ VI PHÂN GIỮA NỘI LỰC VÀ NGOẠI LỰC

⇒ Ta nhận thấy giữa cường độ tải trọng phân bố, lực cắt và mômen uốn sẽ có mối quan hệ vi phân nhất định.



Hình 1.22

⇒ Thực vậy giả sử cho dầm chịu lực bất kỳ như trên hình 1.22a. Xét cân bằng của đoạn thanh hình 1.22b:

$$Q_y + P - (Q_y + dQ_y) = 0; \quad M_x + Q_y dz + M + P \frac{dz}{2} - (M_x + dM_x) = 0$$

⇒ Bỏ qua lượng vô cùng bé:  $Q_y dz$  và  $P \frac{dz}{2}$  so với  $M_x$  và  $M$ , ta rút ra điều cần nhận xét:  $dQ_y = P; \quad dM_x = M$

⇒ Xét cân bằng của đoạn thanh hình 1.22c:

$$Q_y q \cdot dz - (Q_y + dQ_y) = 0; \quad M_x + Q_y \cdot dz + q dz \frac{dz}{2} - (M_x + dM_x) = 0$$

⇒ Nếu bỏ qua lượng vô cùng bé  $q \frac{dz^2}{2}$ , ta được:

$$\boxed{\frac{dQ_y}{dz} = q(z); \quad \frac{dM_x}{dz} = Q_y}; \quad \boxed{\frac{d^2 M_x(z)}{dz^2} = \frac{dQ_y(z)}{dz} = q(z)} \quad (1.6)$$

⇒ Vậy đạo hàm của lực cắt bằng cường độ của tải trọng phân bố theo chiều dài và đạo hàm của mômen uốn bằng lực cắt. Đó là sự liên hệ vi phân giữa cường độ tải trọng phân bố, lực cắt và mômen uốn.

## VII. BIỂU ĐỒ NỘI LỰC

⇒ Biểu đồ nội lực là biểu thị sự biến thiên của các thành phần nội lực theo vị trí của các mặt cắt dọc theo trục thanh.

⇒ Một số quy ước về các biểu đồ nội lực đối với bài toán phẳng khi tải trọng nằm trong mặt phẳng qua trục thanh yz, trên mặt cắt ngang có ba

thành phần nội lực  $N_z$ ,  $Q_y$  và  $M_x$ . Với thanh thẳng ta có: *tung độ dương của biểu đồ lực dọc  $N_z$ , ký hiệu ( $N_z$ ) và lực cắt  $Q_y$ , ký hiệu ( $Q_y$ ) được vẽ về phía trên trục hoành (đường chuẩn). Biểu đồ mômen uốn  $M_x$ , ký hiệu ( $M_x$ ) vẽ về phía thớ bị căng ( $M_x > 0$ ), do đó tung độ dương của  $M_x$  được vẽ xuống phía dưới đường chuẩn.*

### 1. Để vẽ biểu đồ nội lực cần thực hiện theo trình tự sau:

- ⇒ Xác định các thành phần phản lực liên kết cần thiết
- ⇒ Phân đoạn và dùng phương pháp mặt cắt xác định các thành phần nội lực trên từng đoạn thanh.
- ⇒ Dựa vào quy luật phân bố từng thành phần nội lực vẽ biểu đồ nội lực cho từng loại nội lực.
- ⇒ Kiểm tra lại biểu đồ nội lực

### 2. Để vẽ nhanh và kiểm tra biểu đồ nội lực cần:

*Dựa trên các nhận xét về bước nhảy:*

- ⇒ Tại mặt cắt có đặt lực tập trung, biểu đồ lực cắt có bước nhảy, trị số bước nhảy bằng trị số lực tập trung.
- ⇒ Tại mặt cắt có mômen tập trung, biểu đồ mômen uốn có bước nhảy, trị số bước nhảy bằng trị số mômen tập trung.

*Dựa trên các liên hệ vi phân giữa ngoại lực và nội lực:*

- ⇒ Trên đoạn thanh không có lực phân bố ( $q = 0$ ), biểu đồ lực cắt ( $Q_y$ ) là hằng số, mômen uốn ( $M_x$ ) là đường bậc nhất.
- ⇒ Lực phân bố  $q = \text{const} \Rightarrow Q_y$  bậc nhất,  $M_x$  là đường bậc hai.
- ⇒ Nếu trên đoạn thanh mà  $q(z)$  là đa thức bậc  $n \Rightarrow Q_y$  là một đường bậc  $(n+1)$  và  $M_x$  là một đường  $(n+2)$ .
- ⇒ Trên đoạn thanh có  $q > 0$  (hướng lên) thì  $Q_y$  đồng biến, trên đoạn thanh có  $q < 0$  (hướng xuống) thì  $Q_y$  nghịch biến.
- ⇒ Trên đoạn thanh có  $Q_y > 0$  thì  $M_x$  đồng biến, trên đoạn thanh có  $Q_y < 0$  thì  $M_x$  nghịch biến. Tại mặt cắt  $Q_y = 0$ ,  $M_x$  đạt cực trị:
  - + Cực đại khi  $q < 0$  (có chiều hướng xuống  $q \downarrow$ )
  - + Cực tiểu khi  $q > 0$  (có chiều hướng lên trên  $q \uparrow$ )

*Dựa trên tính đối xứng và tác dụng của tải trọng:*

- ⇒ Bề lõm của biểu đồ mômen uốn  $M_x$  luôn hứng lấy chiều tác dụng của lực phân bố.
- ⇒ Trường hợp hệ có kết cấu đối xứng chịu tải trọng đối xứng, biểu đồ  $M_x$  sẽ đối xứng, biểu đồ  $Q_y$  sẽ phản đối xứng qua trục đối xứng của hệ. Nếu kết cấu đối xứng chịu tải trọng phản đối xứng thì biểu đồ lực cắt đối xứng và biểu đồ mômen uốn phản đối xứng.

### 3. Ví dụ minh họa

**Ví dụ 1.1.:** Vẽ biểu đồ lực dọc của một thanh chịu lực như hình 1.23a.

*Giải*

Để xác định lực dọc  $N_z$  trên một mặt cắt ngang nào đó trên thanh AB, ta áp dụng phương pháp mặt cắt.

1. Phân đoạn và xác định lực dọc trong các đoạn

Đoạn AC (hình 1.23b): Cắt bằng mặt cắt 1-1, giữ lại phần trái, rồi thêm vào mặt cắt một thành phần lực dọc  $N_{z1}$ . Từ phương trình cân bằng hình chiếu  $\sum Z = 0$  của phần đang xét ta có:  $N_{z1} - P_1 = 0 \Leftrightarrow N_{z1} = P_1 = 8 \text{ kN}$  (a)

$N_{z1} > 0$  chứng tỏ chiều lực dọc giả định hướng ra khỏi mặt cắt là đúng và gọi đó là lực kéo. Nếu lực dọc mang giá trị âm thì là lực nén.

Đoạn CD (hình 1.23c): Dùng mặt cắt 2-2, xét phần bên trái. Từ phương trình cân bằng hình chiếu  $\sum Z = 0$  của phần đang xét ta có:

$$N_{z2} - P_1 + P_2 = 0 \Leftrightarrow N_{z2} = P_1 - P_2 = -2 \text{ kN} \quad (b)$$

$N_{z2} < 0$  chứng tỏ chiều lực dọc ngược với chiều giả định hướng ra khỏi mặt cắt và gọi đó là lực nén.

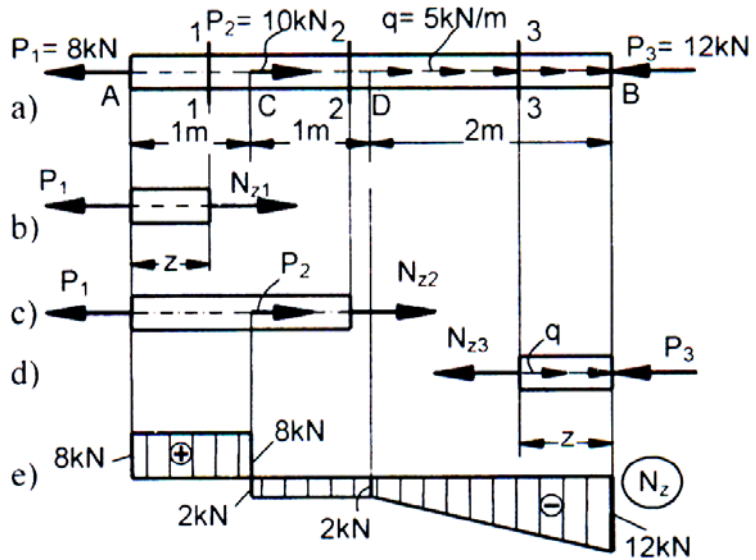
Đoạn DB như trên hình 1.23d ( $0 \leq z \leq 2\text{m}$ ): Dùng mặt cắt 3-3, xét phần bên phải. Từ phương trình cân bằng hình chiếu  $\sum Z = 0$  của phần đang xét ta có:

$$N_{z3} - q \cdot z + P_3 = 0 \Leftrightarrow N_{z3} = q \cdot z - P_3 = 5z - 12 \text{ (kN)} \quad (c)$$

Biểu thức (c) là hàm bậc nhất theo  $z$ , khi  $z = 0$  thì  $N_{z3} = -12 \text{ kN}$ , khi  $z = 2$  thì  $N_{z3} = -2 \text{ kN}$ .

2. Vẽ biểu đồ lực dọc (hình 1.23e)

3. Kiểm tra lại biểu đồ: Ví dụ tại mặt cắt A, C và B có lực tập trung biểu đồ lực dọc có bước nhảy, giá trị bước nhảy bằng lực tập trung.



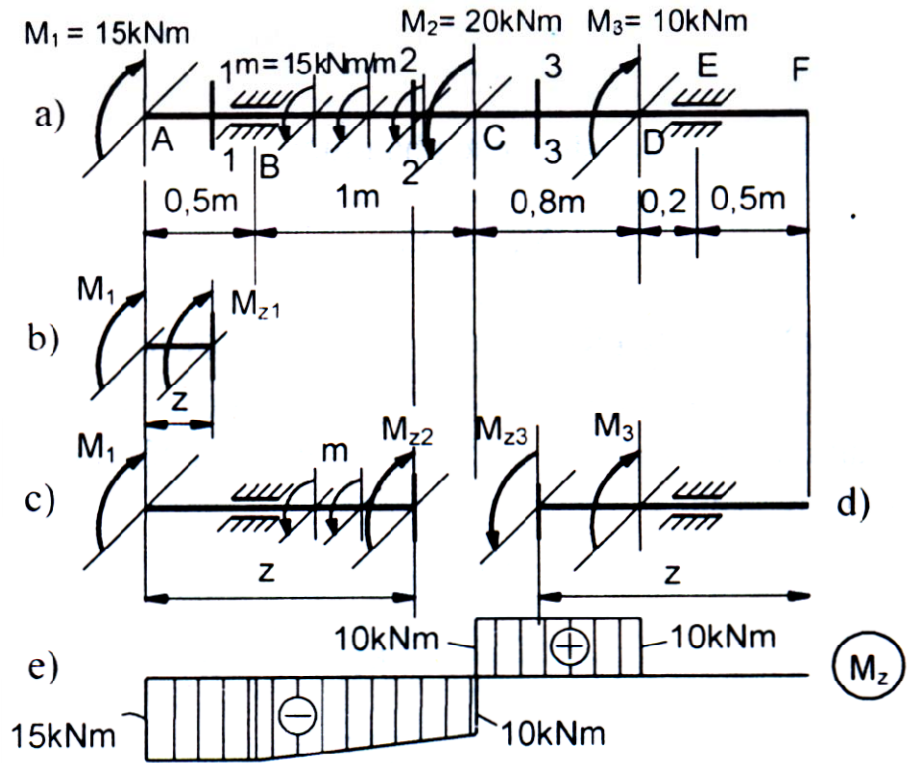
**Hình 1.23**

**Ví dụ 1.2.:** Vẽ biểu đồ mômen xoắn của thanh chịu lực như hình 1.24a.

*Giải*

1. Xác định phản lực liên kết cần thiết: Bỏ qua ma sát ở trong ổ đỡ thì mômen phải lực quay quanh trục z tại B và E sẽ bằng không.

2. Phân đoạn và xác định mômen xoắn: Chia thanh thành 4 đoạn AB, BC, CD và DE, sau đó lần lượt xác định mômen xoắn trên các đoạn bằng phương pháp mặt cắt.



**Hình 1.24**

Đoạn AB ( $0 \leq z \leq 0,5\text{m}$ ) như trên hình 1.24b: Dùng mặt cắt 1-1, chọn A làm gốc, xét phần trái:

$$M_{z_1} + M_1 = 0 \Leftrightarrow M_{z_1} = -M_1 = -15\text{kNm}$$

Đoạn BC ( $0,5 \leq z \leq 1,5\text{m}$ ) như trên hình 1.24c: Dùng mặt cắt 2-2, chọn A làm gốc, xét phần trái:

$$M_{z_2} + M_1 - m(z - 0,5) = 0 \Leftrightarrow M_{z_2} = 5z - 17,5$$

Đoạn CD (hình 1.24d): dùng mặt cắt 3-3, xét phần phải:

$$M_{z_3} - M_3 = 0 \Leftrightarrow M_{z_3} = M_3 = 10\text{kNm}$$

Đoạn DE:  $M_{z_4} = 0$

3. Vẽ biểu đồ mômen xoắn (hình 1.24e).

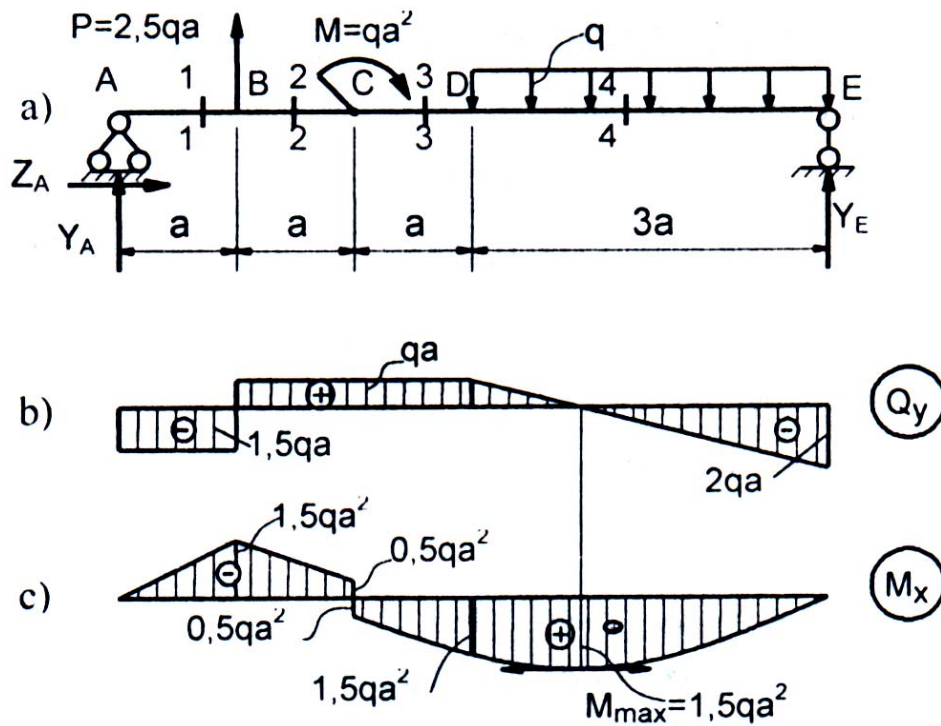
4. Kiểm tra lại biểu đồ: Ví dụ đoạn BC có mômen phân bố bằng hằng số thì biểu đồ mômen xoắn phải là bậc nhất. Tại các mặt cắt A, C và D có mômen tập trung thì biểu đồ mômen xoắn phải có bước nhảy, giá trị bước nhảy bằng giá trị mômen tập trung.

**Ví dụ 1.3.:** Vẽ biểu đồ nội lực của thanh chịu uốn (dầm) như hình 1.25.

*Giải*

1. Xác định các thành phần phản lực: Coi thanh tuyệt đối cứng và xét sự cân bằng của thanh dưới tác dụng của các tải trọng và phản lực:

$$\left. \begin{aligned} \sum Z &= Z_A = 0, \\ \sum Y &= -Y_A - 2,5qa + 3qa - Y_E = 0 \\ \sum m_A &= 2,5qa \cdot a - qa^2 - 3qa \cdot 4,5a + Y_E \cdot 6a = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} Z_A = 0, \\ Y_A = -1,5qa \\ Y_E = 2qa \end{cases}$$



**Hình 1.25**

2. Phân đoạn và xác định nội lực bằng phương pháp mặt cắt:

Ta chia dầm thành 4 đoạn AB, BC, CD và DE

a) Đoạn AB ( $0 \leq z \leq a$ ) như hình 1.25d, xét cân bằng của phần trái:

$$\sum Y = 1,5qa + Q_y = 0 \Leftrightarrow Q_y = -1,5qa$$

$$\sum m_{O_1} = M_x + 1,5qa \cdot z = 0 \Leftrightarrow M_x = -1,5qa \cdot z$$

b) Đoạn BC ( $a \leq z \leq 2a$ ) như hình 1.25e, xét cân bằng ta có:

$$\sum Y = 1,5qa - 2,5qa + Q_y = 0 \Leftrightarrow Q_y = qa$$

$$\sum m_{O_2} = M_x + 1,5qa \cdot z - 2,5qa \cdot (z - a) = 0 \Leftrightarrow M_x = -2,5qa^2 + qaz$$

c) Đoạn CD ( $2a \leq z \leq 3a$ ) như hình 1.25f, xét cân bằng ta có:

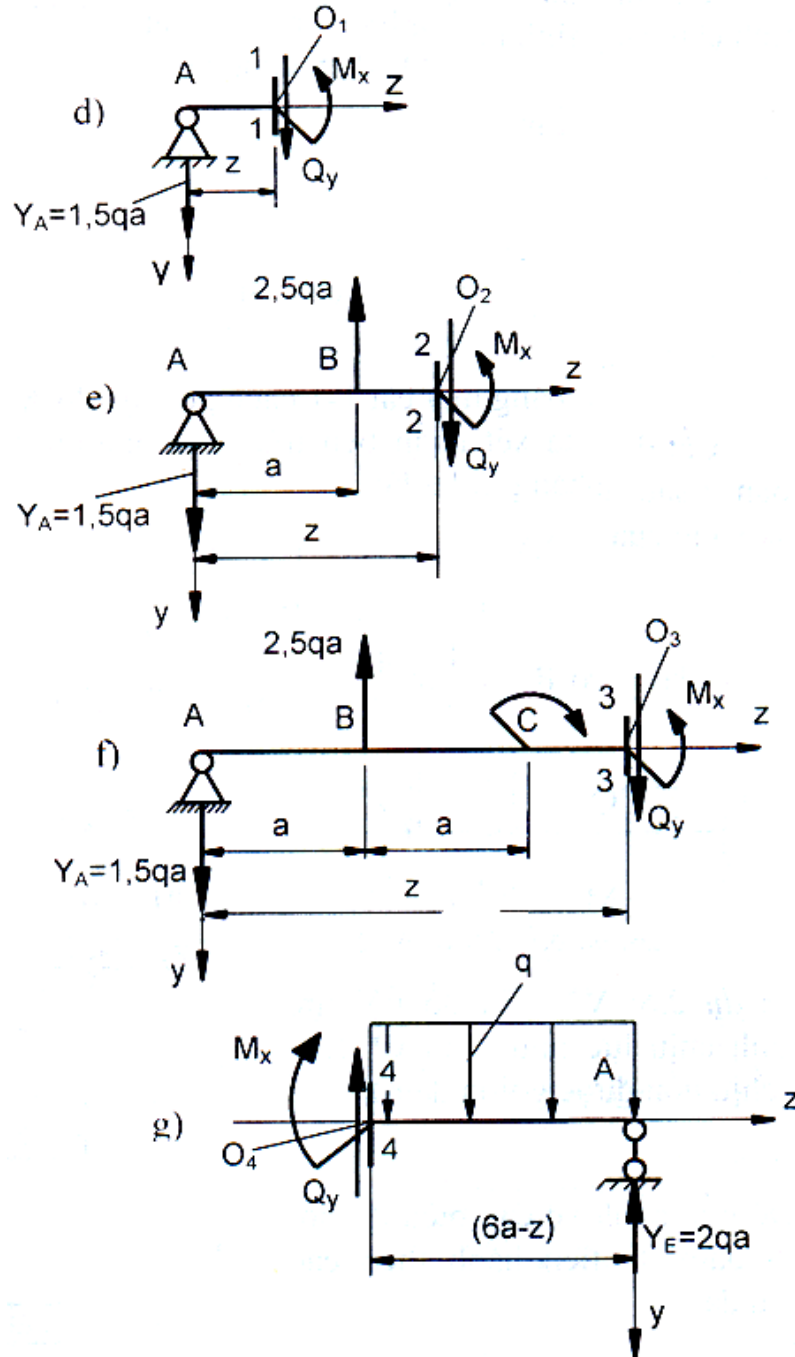
$$\sum Y = 1,5qa - 2,5qa + Q_y = 0 \Leftrightarrow Q_y = qa$$

$$\sum m_{O_3} = M_x + 1,5qa \cdot z - 2,5qa \cdot (z - a) - qa^2 = 0 \Leftrightarrow M_x = -1,5qa^2 + qaz$$

d) Đoạn DE ( $0 \leq z \leq 3a$ ) như hình 1.25g xét cân bằng ta có:

$$\sum Y = -Q_y + (6a - z)q - 2qa = 0 \Leftrightarrow Q_y = -qz + 4qa$$

$$\sum m_{O_4} = -M_x - q(6a - z)^2 / 2 + (6a - z)2qa = 0 \Leftrightarrow M_x = -qz^2 / 2 + 4qaz - 6qa^2$$



**Hình 1.25**

3. Vẽ các biểu đồ nội lực (xem hình 1.25b, c).

Bảng 1. Biểu đồ nội lực của một số dầm đơn giản

