

CHƯƠNG 4. CƠ CẤU BA KHÂU

Trong chương này ta sẽ xét một số cơ cấu gồm ba khâu thực hiện một hàm số truyền cho trước nhờ các khớp cao.

I. CƠ CẤU TÂM TÍCH

1. Tâm tích

⇒ *Tâm tích là quỹ tích của tâm vận tốc tức thời trong một hệ quy chiếu nào đó.*

⇒ Tâm tích ký hiệu là T_i , i là tên hệ quy chiếu trên đó quỹ tích của TVT được xây dựng.

⇒ **Ví dụ 1:** Cho cơ cấu phản hình bình hành O_1ABO_3 , trong đó $O_1A=O_3B$ và $O_1O_3=AB$. Tay quay O_1A quay quanh trục O_1 , truyền chuyển động cho tay quay O_3B nhờ thanh truyền AB . Tìm quỹ tích của TVT P_{13} trong các hệ quy chiếu gắn với khâu.

Giải:

⇒ Giao điểm của giá O_1O_3 và thanh truyền AB là TVT (P_{13}).

⇒ Tâm tích T_2 (quỹ tích của P_{13} trên khâu 2) là một đoạn thẳng trên đường AB .

⇒ Tâm tích T_4 (quỹ tích của P_{13} trên khâu 4) là một đoạn thẳng trên đường O_1O_3 .

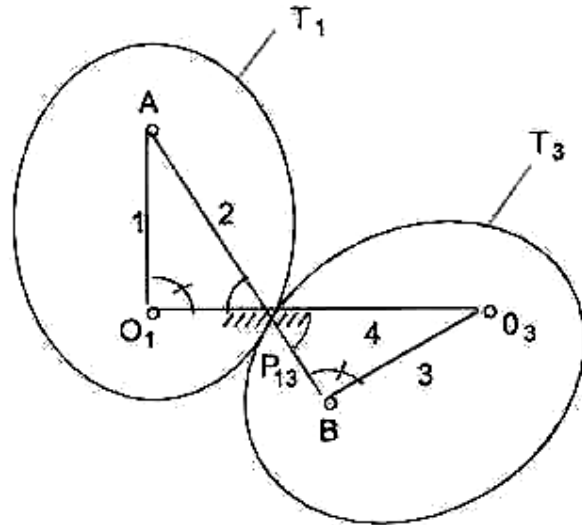
⇒ Tìm tâm tích T_1 và T_3 : Hai tam giác O_1AP_{13} và BO_3P_{13} bằng nhau từ đó ta có:

$$P_{13}O_1 = P_{13}B \text{ và } P_{13}O_3 = P_{13}A$$

$$\Rightarrow P_{13}O_1 + P_{13}A = P_{13}O_3 + P_{13}B = O_1O_3 = AB = \text{const}$$

⇒ Điểm P_{13} có tổng khoảng cách không đổi tới các điểm O_1 và A , cũng như tới các điểm O_3 và $B \Rightarrow$ Tâm tích T_1 là elip nhận O_1 và A là các tiêu điểm \Rightarrow Tâm tích T_3 là elip nhận O_3 và B là các tiêu điểm.

⇒ Khi cơ cấu phản HBH chuyển động, các tâm tích T_1 và T_3 lăn không trượt với nhau. Tiếp điểm của chúng là TVT P_{13} nằm trên đường giá O_1O_3 .



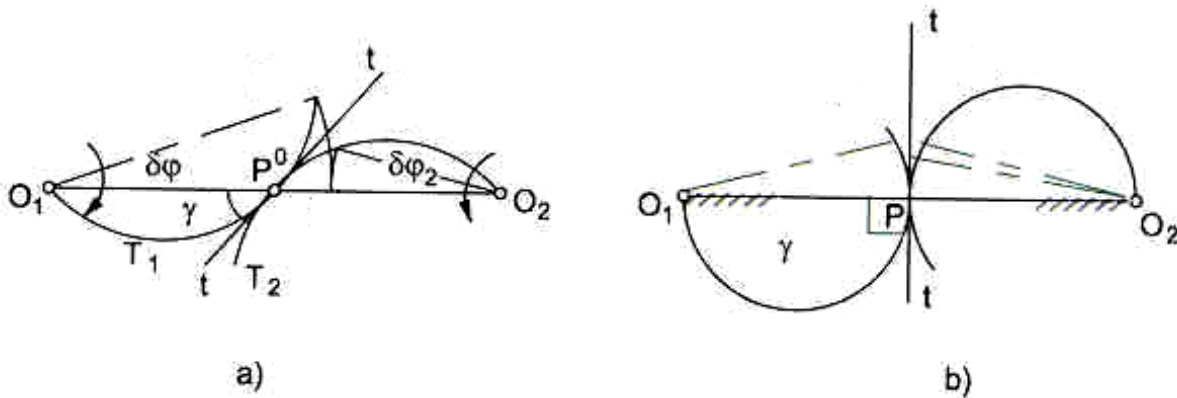
Hình 4-1

2. Cơ cấu tâm tích

⇒ Định nghĩa: *Cơ cấu ba khâu thực hiện một hàm truyền cho trước nhờ khớp cao do các tâm tích tạo thành gọi là cơ cấu tâm tích.*

⇒ Điều kiện truyền động của cơ cấu tâm tích là góc truyền động (góc giữa đường tâm giá và tiếp tuyến chung tại tiếp điểm của hai tâm tích) $\gamma \neq \pi/2$ (hình 4-2a).

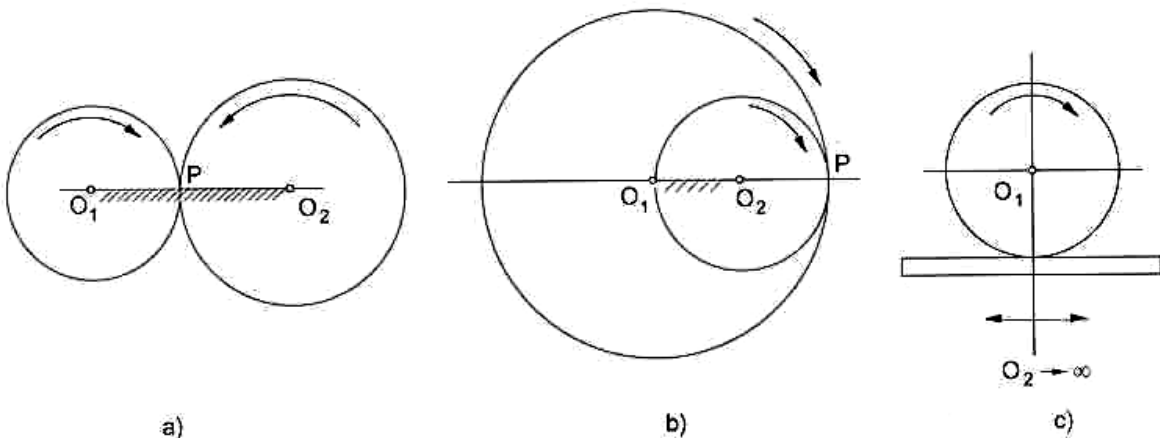
⇒ Khi hàm số truyền $i_{12} = i_{12}(\varphi_1) = \text{const}$, các tâm tích là các vòng tròn có tâm trùng với tâm quay thì $\gamma = \pi/2$ (hình 4-2b).



Hình 4-2

⇒ Để đảm bảo điều kiện truyền động của cơ cấu tâm tích, cần thêm các yếu tố ma sát vào vùng tiếp xúc. Cơ cấu tâm tích truyền động nhờ ma sát ở khớp cao gọi là *cơ cấu ma sát*.

⇒ Khi $i_{12} = \text{const}$, tâm tích cố định là một điểm, còn hai tâm tích động là hai vòng tròn. Cơ cấu ma sát tương ứng gọi là *cơ cấu ma sát trụ tròn*. Cơ cấu ma sát trụ tròn có thể nội tiếp hoặc ngoại tiếp, khi một trong hai bánh có bán kính $r \rightarrow \infty$ ta có cơ cấu thanh ma sát.



Hình 4-3

II. CƠ CẤU ĐỐI TIẾP

1. Định nghĩa: Cơ cấu ba khâu thực hiện hàm số truyền cho trước nhờ khớp cao không trùng với các tâm tích được gọi là cơ cấu đối tiếp.

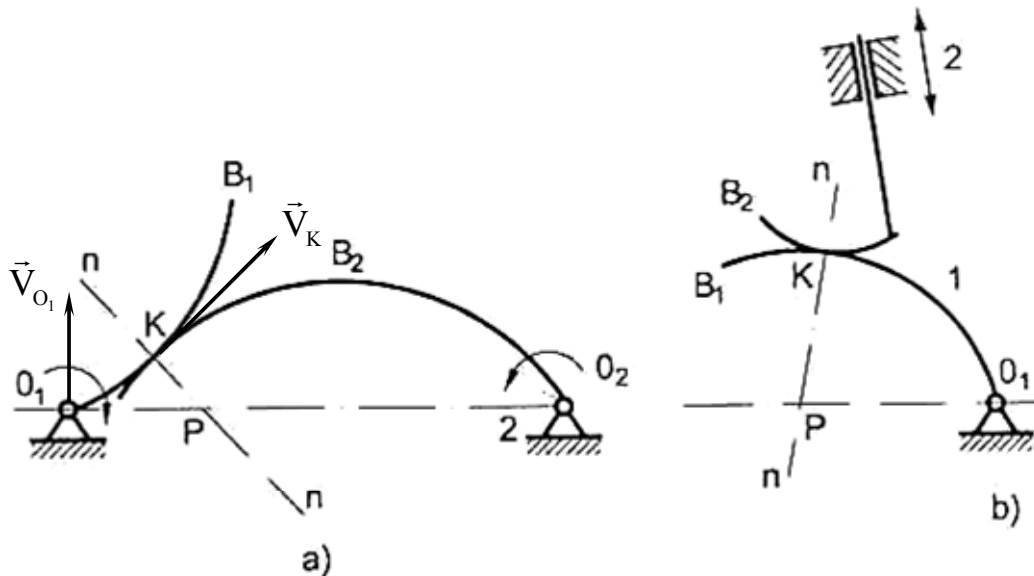
⇒ Trong cơ cấu đối tiếp các thành phần khớp cao được gọi là biên dạng đối tiếp. Một vài dạng cơ cấu đối tiếp chẳng hạn cơ cấu cam, cơ cấu bánh răng, cơ cấu man (Malte).

2. Phân tích động học của cơ cấu đối tiếp

Định lý đối tiếp: Trong cơ cấu đối tiếp phẳng, pháp tuyến chung của cặp biên dạng đối tiếp luôn luôn qua tâm vận tốc tức thời tương đối của chúng.

Chứng minh

Cho cơ cấu đối tiếp phẳng có biên dạng B_1 , B_2 tiếp xúc với nhau tại K. Chứng minh P là TVT giữa hai khâu (1) và (2).



Hình 4-4

⇒ Lấy khâu (2) làm giá (hệ quy chiếu), Khâu (1) chuyển động phẳng so với khâu (2). Khi ấy vận tốc của điểm K, O_1 như trên hình 4-4a. Từ đó ta có thể xác định TVT “P” như trên hình vẽ.

Hệ quả:

- Nếu hai biên dạng quay quanh các trục cố định O_1 và O_2 (hình 4-4a) pháp tuyến chung của các cặp biên dạng đối tiếp chia khoảng cách trục thành thành hai đoạn tỷ lệ nghịch với vận tốc góc của hai biên

dạng đối tiếp.
$$\frac{O_1P}{O_2P} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

- Trong cơ cấu đối tiếp phẳng, pháp tuyến chung của cặp biên dạng đối tiếp luôn đi qua tiếp điểm của cặp tâm tích tương ứng.
- Nếu biên dạng 2 tịnh tiến (hình 4-4b) còn biên dạng 1 quay quanh trục cố định O_1 thì ta có:

$$O_1P = \frac{v_2}{\omega_1}$$

- Trong cơ cấu đối tiếp có hiện tượng trượt tương đối tại tiếp điểm của cặp biên dạng đối tiếp, nói một cách khác, cặp biên dạng vừa lăn vừa trượt trên nhau.

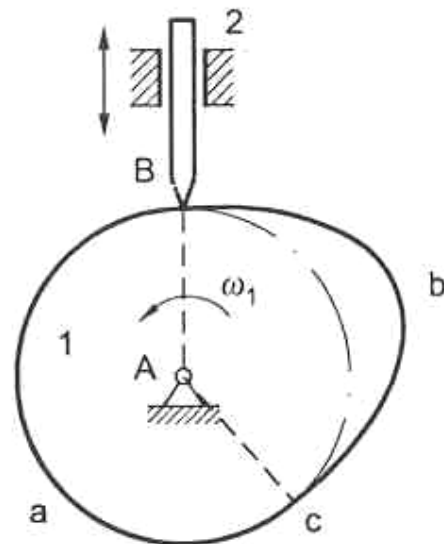
III. CƠ CẤU CAM

⇒ Cơ cấu cam là cơ cấu đối tiếp dùng để biến chuyển động (thông thường là một chiều) của khâu dẫn thành chuyển động qua lại theo quy luật xác định của khâu bị dẫn.

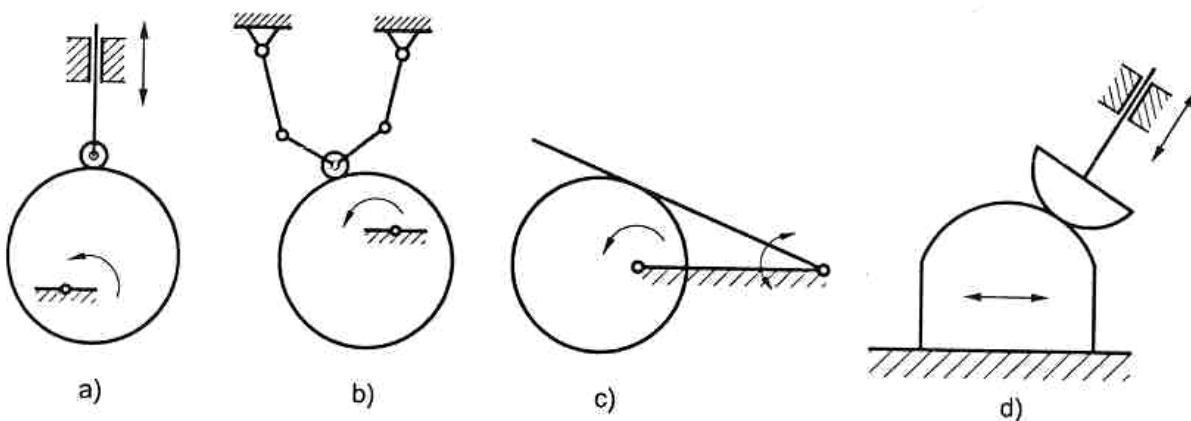
⇒ Trong cơ cấu cam khâu dẫn là cam, khâu bị dẫn gọi là cần. Ví dụ hình 4-5 là lược đồ cơ cấu cam đơn giản.

⇒ Trong cơ cấu cam, cam có thể quay hoặc tịnh tiến. Cần có thể tịnh tiến qua lại (cần đẩy) hoặc lắc qua lại (cần lắc), cũng có trường hợp chuyển động của cần là chuyển động phẳng (hình 4-6b).

⇒ Đầu cần có loại cần nhọn (hình 4-5), cần có con lăn (hình 4-6a), cần đáy bằng (hình 4-6c) và cần lồi (hình 4-6d).



Hình 4-5

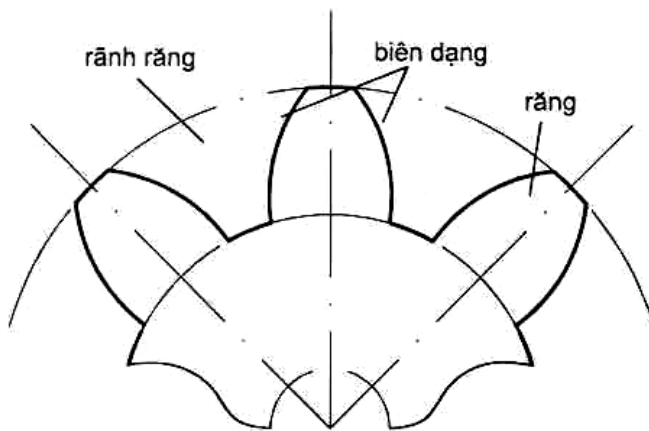


Hình 4-6

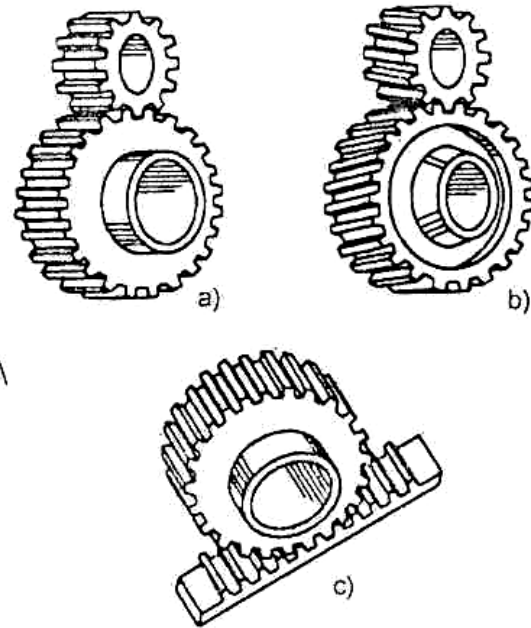
IV. CƠ CẤU BÁNH RĂNG

1. Khái niệm chung

⇒ Trong cơ cấu đôi tiếp, nếu một khâu có nhiều biên dạng tương tự kề nhau thì phần vật thể giữa hai biên dạng kề nhau gọi là *răng*, khoảng trống giữa hai biên dạng kề nhau gọi là *rãnh răng*. Cơ cấu đôi tiếp truyền chuyển động bằng răng gọi là ***cơ cấu bánh răng*** (hình 4-7). Trong cơ cấu bánh răng quá trình tiếp xúc các bánh răng gọi là quá trình ăn khớp bánh răng.



Hình 4-7



Hình 4-8

⇒ Cơ cấu bánh răng được dùng để truyền chuyển động quay giữa hai trục với tỷ số truyền xác định. Nếu một bánh răng có tâm quay ở xa vô tận, chuyển động của nó sẽ là tịnh tiến, ta gọi là một *thanh răng* (hình 4-8c).

⇒ Cơ cấu bánh răng – thanh răng dùng để biến chuyển động quay thành tịnh tiến và ngược lại.

⇒ Tùy theo vị trí tương đối giữa hai trục ta có các loại bánh răng:

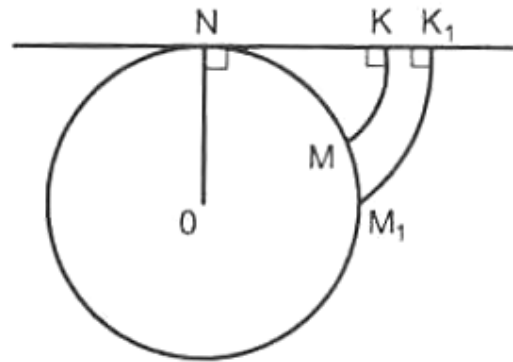
- Bánh răng trụ dùng cho 2 trục song song.
- Bánh răng côn dùng cho 2 trục cắt nhau.
- Bánh vít và trục vít dùng cho 2 trục chéo nhau.

⇒ Tùy theo cấu tạo của răng, ta có:

- Răng thẳng, răng nghiêng, răng chữ V, răng cong.
- Răng thân khai (Euler, 1754) là răng đường bao của tiết diện (Prôfin) của nó có dạng đường thân khai của vòng tròn như trên hình 4-7.

2. Đường thân khai và tính chất của nó

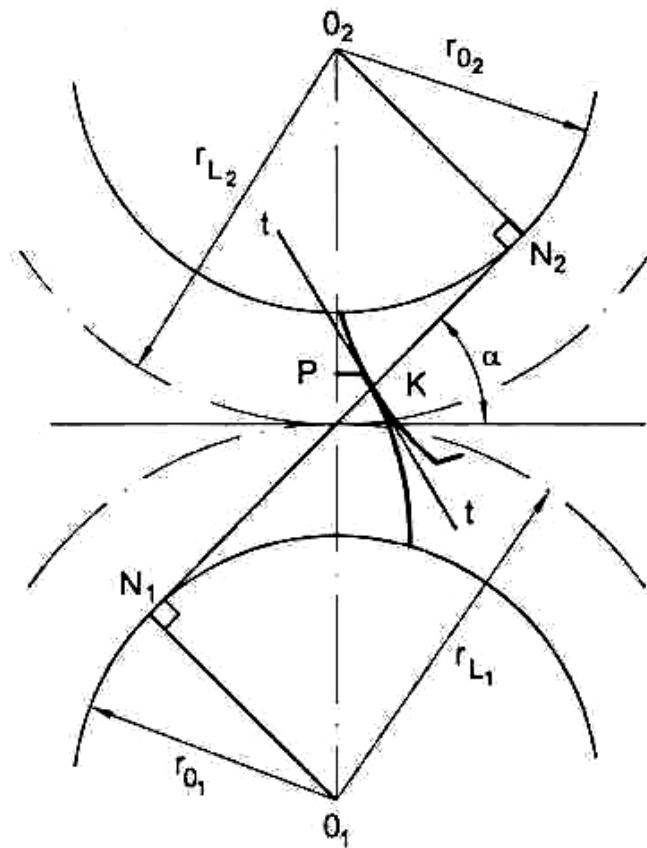
⇒ **Định nghĩa:** Khi một đường thẳng lăn không trượt trên một vòng tròn, quỹ đạo của một điểm K nào đó của đường thẳng (hình 4-9) gọi là đường thân khai của vòng tròn đó (gọi tắt là *đường thân khai*). Vòng tròn này gọi là vòng tròn cơ sở của đường thân khai.



Hình 4-9

⇒ **Tính chất:** Theo sự hình thành của đường thân khai ta thấy:

- Đường thân khai không có điểm nào nằm trong vòng cơ sở.
- Pháp tuyến của đường thân khai là tiếp tuyến của vòng cơ sở và ngược lại.
- Tâm cong N tại điểm K của đường thân khai nằm trên vòng cơ sở, bán kính cong NK bằng cung lăn NM.
- Biên dạng thân khai thỏa mãn định lý ăn khớp Willis.



Hình 4-10

⇒ **Định lý Willis:** Để đảm bảo tỷ số truyền không đổi, pháp tuyến chung của cặp biên dạng răng luôn luôn đi qua một điểm cố định trên đường nối các tâm quay (hình 4-10).

3. Các thông số hình học của bánh răng

⇒ Chiều cao răng giới hạn bởi vòng đỉnh răng r_e và chiều sâu của rãnh giới hạn bởi vòng chân răng r_i .

⇒ Số răng của một bánh răng: z

⇒ Chiều dày răng: S_x

⇒ Chiều rộng rãnh: W_x

⇒ Bước răng: t_x

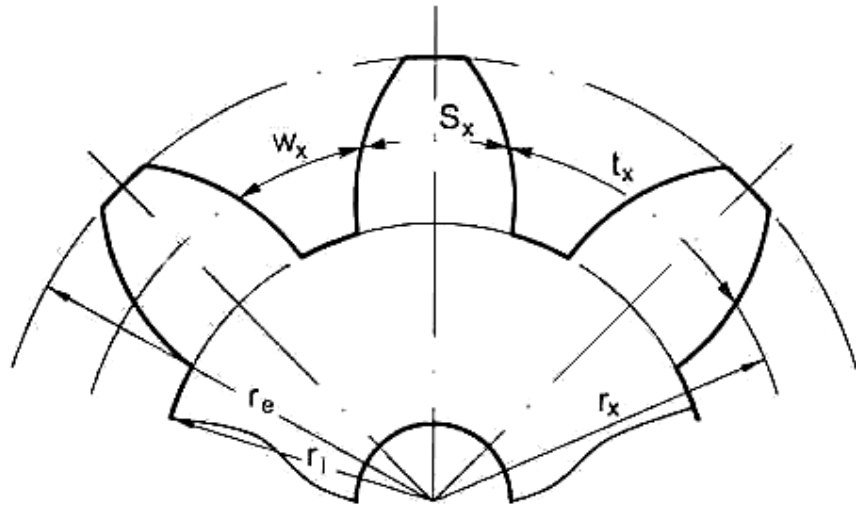
⇒ Nếu gọi d là đường kính vòng chia, tức là vòng tròn trên đó $S = W$ (các chỉ số x bỏ đi).

Ta có: $\pi \cdot d = t \cdot z \Rightarrow$

$$d = \frac{t}{\pi} \cdot z$$

⇒ Đặt $t/\pi = m$ gọi là *môđun của răng*, giá trị môđun được

chuẩn hóa thành các số tròn để tiện tính toán và chế tạo bánh răng.



Hình 4-11

$$d = m \cdot z$$

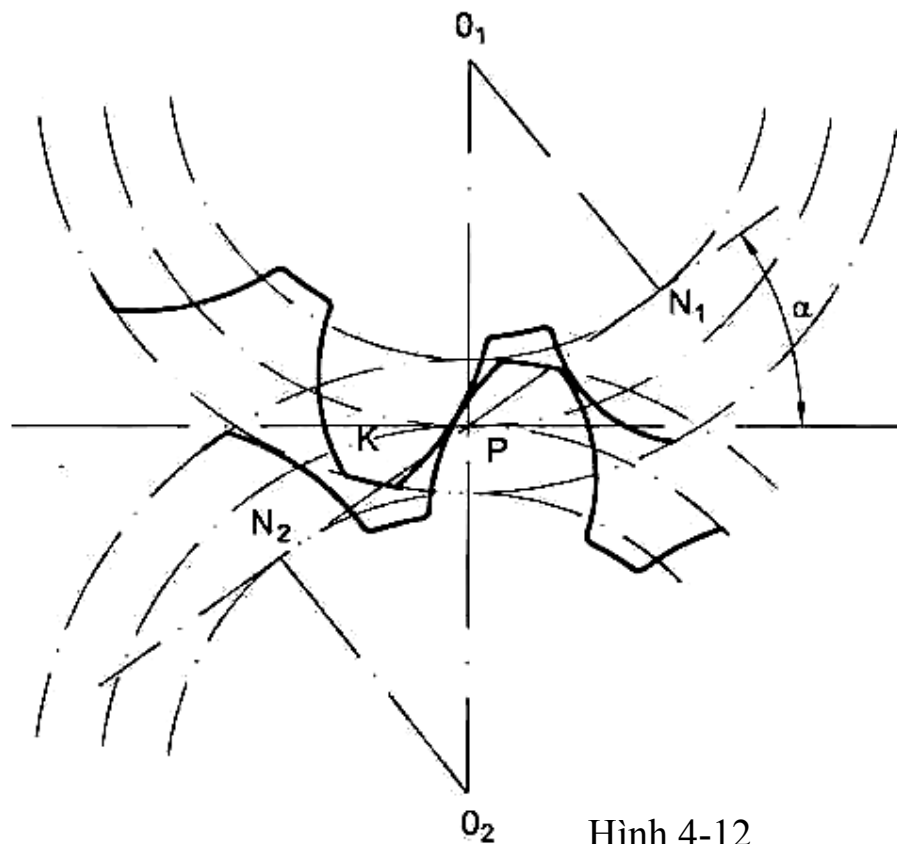
4. Đặc trưng ăn khớp của cặp bánh răng thân khai

⇒ Giao điểm P giữa pháp tuyến chung của biên dạng răng và đường nối tâm là TVT tương đối, gọi là *tâm ăn khớp*.

⇒ Tâm tích do P gây ra là hai vòng tròn tiếp xúc với nhau tại P, gọi là các *vòng lăn*, bán kính: $r_{L_1} = O_1P$; $r_{L_2} = O_2P$

⇒ Điểm K gọi là *điểm ăn khớp*,

quỹ tích điểm K trong mặt phẳng gắn liền với giá gọi là *đường ăn khớp*.



Hình 4-12

⇒ Một cặp bánh răng được gọi là nội tiếp hay ngoại tiếp nếu hai vòng lăn nội tiếp hay ngoại tiếp.

⇒ *Góc ăn khớp*: góc giữa tiếp tuyến chung của cặp biến dạng và tiếp tuyến chung của hai vòng lăn.

⇒ Trong cặp bánh răng thân khai đường ăn khớp là đường thẳng, góc ăn khớp không đổi trong quá trình ăn khớp.

⇒ Tỷ số truyền của cặp bánh răng thân khai là: $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{L_2}}{r_{L_1}} = \frac{r_{O_2}}{r_{O_1}} = \frac{Z_2}{Z_1}$

⇒ *Tỷ số truyền của cặp bánh răng thân khai không phụ thuộc vào khoảng cách trục giữa hai bánh răng* ⇒ đây là điểm nổi bật của cặp bánh răng thân khai.

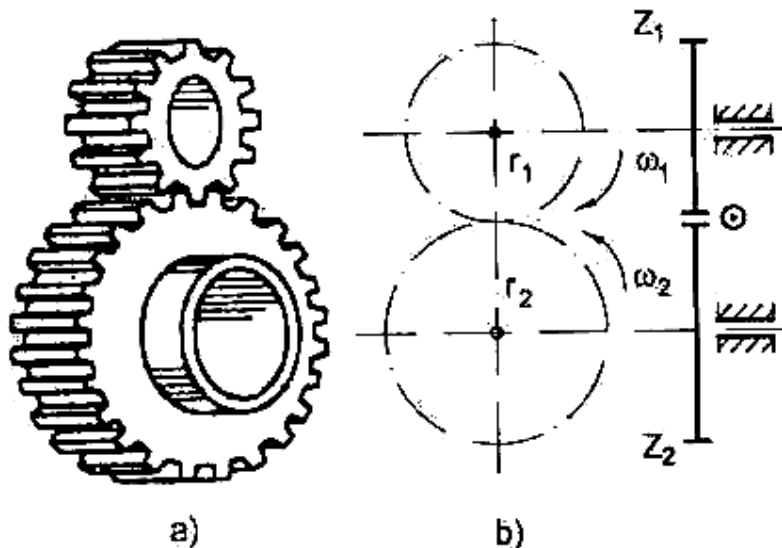
V. HỆ BÁNH RĂNG

⇒ Hệ bánh răng: gồm nhiều bánh răng ăn khớp với nhau.

- Hệ bánh răng thường: mọi bánh răng trong hệ có trục quay cố định.
- Hệ bánh răng vi sai: trong hệ có ít nhất một bánh răng có trục quay di động.

1. Một số quy ước

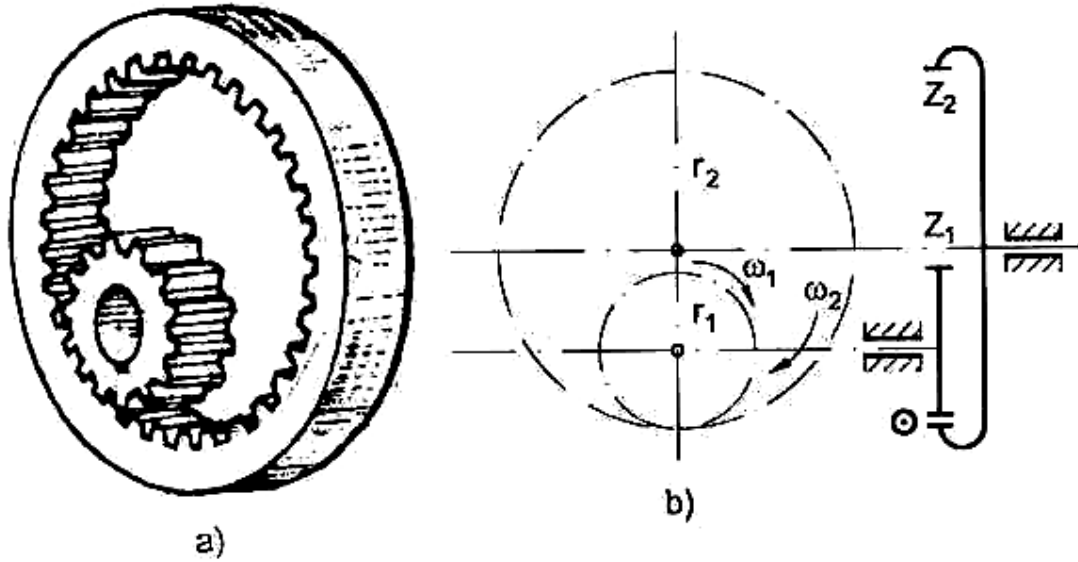
⇒ Cặp bánh răng trụ ngoại tiếp: lược đồ như hình 4-13b.



Hình 4-13

Tỷ số truyền: $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{r_2}{r_1} = -\frac{Z_2}{Z_1} < 0$

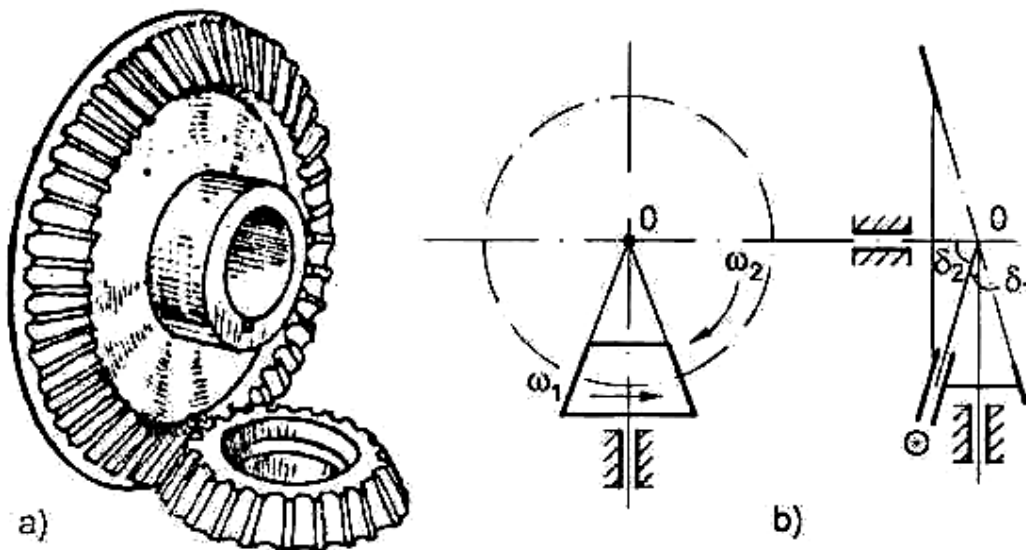
⇒ Cặp bánh răng trụ nội tiếp: Lược đồ hình 4-14b



Hình 4-14

Tỷ số truyền: $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{Z_2}{Z_1} > 0$

⇒ Cặp bánh răng côn (hai trục vuông góc $\delta = \delta_1 + \delta_2 = \pi/2$ (Hình 4-15a).
Lược đồ hình 4-15b.

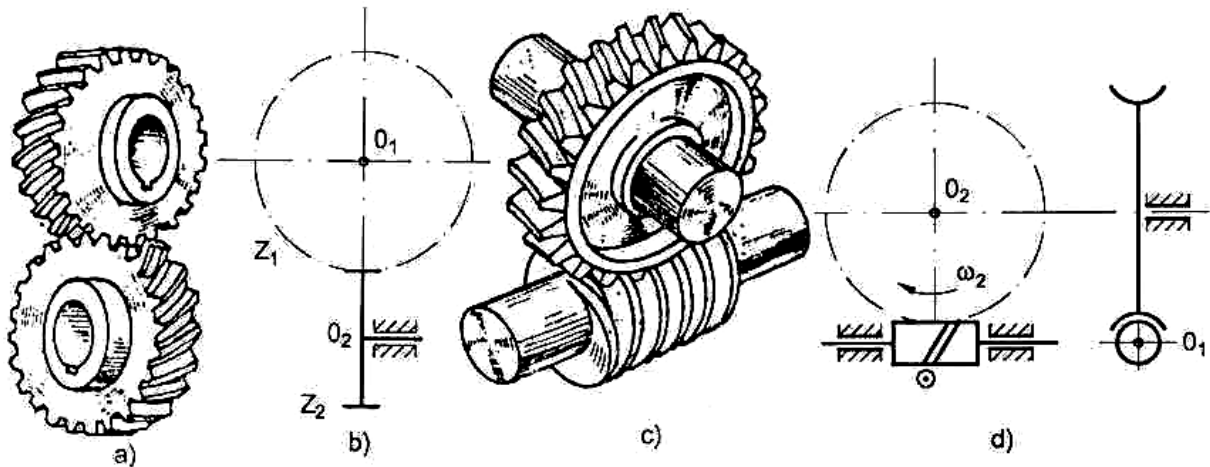


Hình 4-15

Tỷ số truyền: $|i_{12}| = \left| \frac{\omega_1}{\omega_2} \right| = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1} = \frac{Z_2}{Z_1}$

⇒ Cặp bánh răng trụ chéo, cặp trục vít (hai trục trục giao, hình 8-16a, c).

Lược đồ hình 8-16b, d.



Hình 8-16

Tỷ số truyền:

$$|i_{12}| = \left| \frac{\omega_1}{\omega_2} \right| = \frac{Z_2}{Z_1}$$

2. Hệ bánh răng thường

a) Hệ bánh răng phẳng

Cho một hệ bánh răng thẳng, biết số răng của bánh răng, tìm tỷ số truyền:

$$i_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n}$$

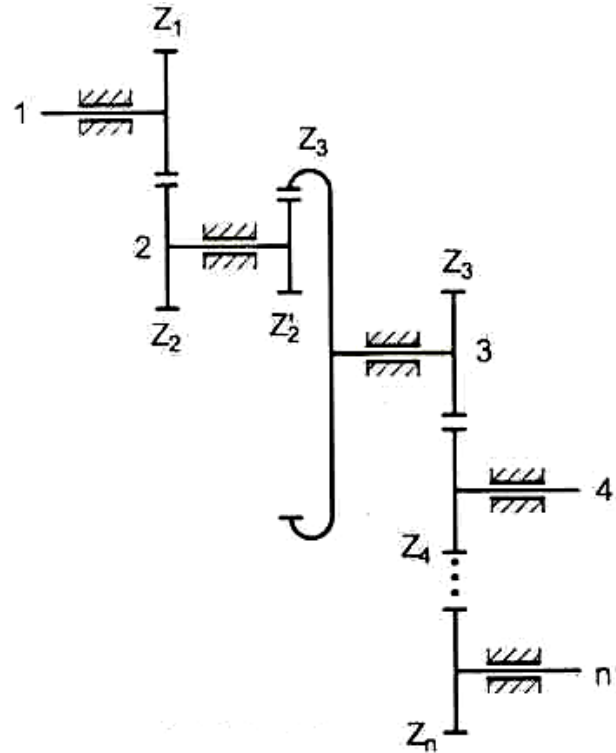
Trong đó ω_1 là vận tốc của trục vào 1, ω_n là vận tốc góc của trục ra n.

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = i_{12}$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_3} = i_{23}, \dots, \frac{\omega_{n-1}}{\omega_n} = i_{n-1,n}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{\omega_2}{\omega_3} \frac{\omega_3}{\omega_4} \dots \frac{\omega_{n-1}}{\omega_n} = i_{12} i_{23} i_{34} \dots i_{n-1,n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} = i_{1n} \quad (a)$$

$$i_{12} = -\frac{Z_2}{Z_1}, i_{23} = +\frac{Z_3}{Z_2}, \dots, i_{n-1,n} = \pm \frac{Z_n}{Z_{n-1}} \quad (b)$$



Hình 4-17

⇒ Tỷ số truyền của cặp bánh răng ngoại tiếp mang dấu (+), nội tiếp mang dấu (-). Thay (a) vào (b) và chú ý dấu của tỷ số truyền ta có:

$$i_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} = i_{12} i_{23} \dots i_{n-1,n} = (-1)^m \frac{z_2}{z_1} \frac{z_3}{z_2'} \dots \frac{z_n}{z_{n-1}}$$

⇒ Kết luận: Tỷ số truyền của hệ bánh răng thường bằng tích các tỷ số truyền của từng cặp bánh răng và có trị số bằng tỉ số giữa tích số răng của các bánh bị dẫn với tích số răng của các bánh dẫn.

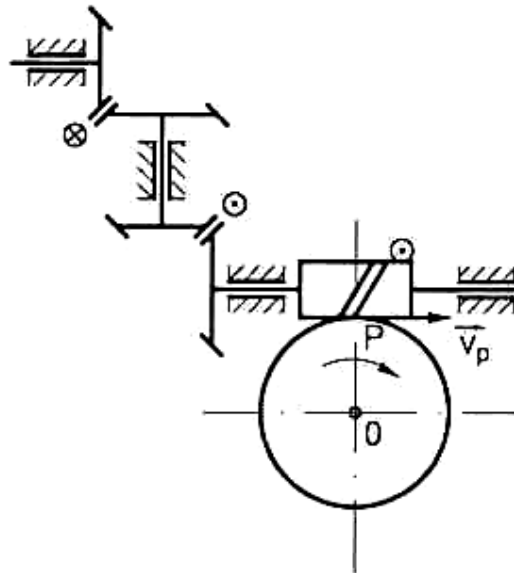
b) Hệ bánh răng không gian

⇒ Hệ bánh răng không gian không thể so sánh chiều quay giữa hai trục song song, nên khái niệm dấu của tỷ số truyền không có ý nghĩa, song giá trị tỷ số truyền vẫn xác định theo công thức:

$$i_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} = i_{12} i_{23} \dots i_{n-1,n} = \frac{z_2}{z_1} \frac{z_3}{z_2'} \dots \frac{z_n}{z_{n-1}}$$

⇒ Chiều quay của trục xác định bằng cách đánh dấu:

- Dấu \otimes để chỉ chiều chuyển động của điểm theo hướng pháp tuyến trong của mặt phẳng hình vẽ.
- Dấu \odot chỉ chiều chuyển động của điểm theo hướng pháp tuyến ngoài của mặt phẳng hình vẽ.



Hình 4-18

3. Hệ bánh răng vi sai

⇒ Lược đồ đơn giản của hệ bánh răng vi sai (hình 4-19): bánh răng có trục quay cố định gọi là *bánh trung tâm*, bánh răng có trục quay di động gọi là *bánh vệ tinh*, khâu mang bánh vệ tinh gọi là *cần*.

⇒ Hệ bánh răng vi sai có một bánh răng trung tâm cố định còn được gọi là hệ bánh răng hành tinh.

⇒ Để tìm hệ thức giữa các vận tốc góc trong hệ vi sai ta có thể chọn cần (C) làm khâu qui chiếu, việc làm này tương đương với việc cho thêm mỗi khâu trong hệ một vận tốc góc phụ bằng $-\omega_c$. Lúc này hệ vi sai biến thành một hệ thường, vận tốc mỗi khâu i đối với cần C sẽ là $\omega_i^c = \omega_i - \omega_c$ (với ω là đại lượng đại số), tỷ số truyền của một cặp bánh răng đối với cần C là:

$$\frac{\omega_i^c}{\omega_j^c} = \frac{\omega_i - \omega_c}{\omega_j - \omega_c} = i_{ij}^c = \pm \frac{r_j}{r_i} = \pm \frac{Z_j}{Z_i}$$

i_{12}^c thường được gọi là *tỷ số truyền tương đối* của hệ vi sai.

⇒ Một cách tổng quát hệ thức vận tốc góc giữa hai trục j và n bất kỳ trong hệ là:

$$\frac{\omega_i - \omega_c}{\omega_n - \omega_c} = i_{in}^c = i_{ik}^c i_{kl}^c \dots i_{n-1,n}^c$$

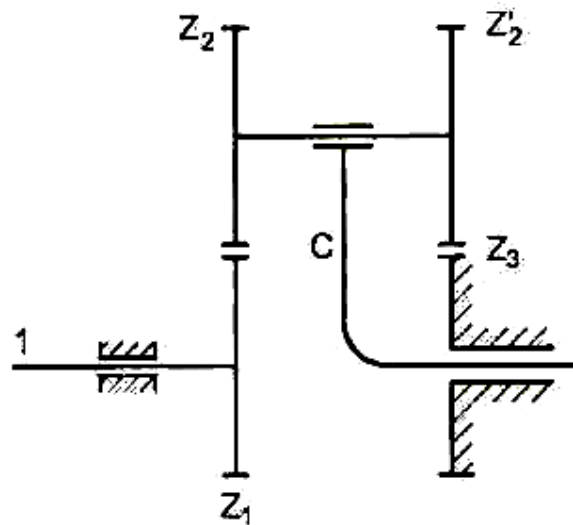
Trong đó $i_{ik}^c, i_{kl}^c \dots$ là tỷ số truyền của từng cặp, $i - k, k - l, \dots$ trong hệ bánh răng thường tương ứng.

⇒ Đặc điểm của hệ bánh răng vi sai là dùng để phân một chuyển động thành hai thành phần độc lập hoặc hợp hai chuyển động độc lập thành một chuyển động.

⇒ Ví dụ 1: Xét hệ bánh răng (hình 4-19) trong đó số răng của các bánh là: $z_1 = z'_2 = 100, z_2 = 99, z_3 = 101$.

Tính tỷ số truyền $i_{c1} = \frac{\omega_c}{\omega_1}$.

Giải



Hình 4-19

⇒ Đây là hệ bánh răng hành tinh có bánh răng trung tâm z cố định. Coi C là khâu quy chiếu, ta được hệ bánh răng thường với tỉ số truyền tương đối:

$$i_{13}^c = \frac{\omega_1 - \omega_c}{\omega_3 - \omega_c} = \frac{\omega_1 - \omega_c}{-\omega_c} = i_{12}^c i_{23}^c = (-1)^2 \frac{z_2}{z_1} \frac{z_3}{z_2'}$$

Hay
$$\frac{\omega_1 - \omega_c}{-\omega_c} = \frac{99 \times 101}{100 \times 100} = \frac{9.999}{10.000}$$

⇒ Chia vế trái cho ω_1 ta được:

$$\frac{1 - \frac{\omega_c}{\omega_1}}{-\frac{\omega_c}{\omega_1}} = \frac{1 - i_{c1}}{-i_{c1}} = \frac{9.999}{10.000} \Rightarrow i_{c1} = \frac{\omega_c}{\omega_1} = 10.000$$

⇒ Từ đó ta thấy có thể dùng hệ bánh răng vi sai với một số ít bánh răng và kết cấu nhỏ gọn để thực hiện những tỉ số truyền lớn.