

CHƯƠNG 2. ĐỘNG HỌC

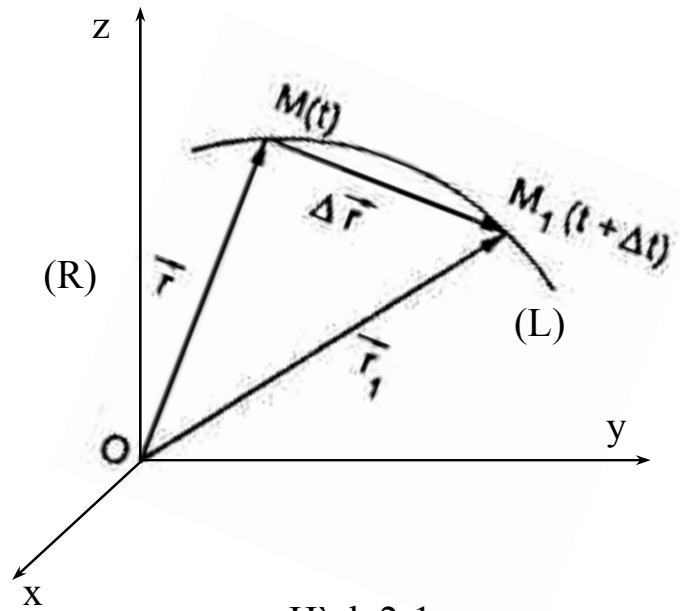
⇒ Động học là nghiên cứu những đặc trưng của chuyển động (phương trình chuyển động, quỹ đạo, vận tốc, gia tốc) của một đối tượng (điểm, vật, cơ hệ) độc lập với nguyên nhân gây ra chuyển động.

I. CÁC ĐỊNH NGHĨA

⇒ Giả sử chuyển động của điểm M xác định trong hệ quy chiếu cố định $R(O, x, y, z)$. Vị trí của nó được xác định bằng vector vị trí ở thời điểm t (hình 2-1)

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = \begin{cases} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{cases}$$

⇒ Đây là phương trình chuyển động của điểm M biểu diễn bằng phương pháp vector và phương pháp tọa độ Đềcác.



Hình 2-1

⇒ Gọi: $M(t)$ là vị trí của điểm M ở thời điểm t , $M_1(t + \Delta t)$ là vị trí của nó ở thời điểm $t + \Delta t$, $\overrightarrow{MM_1} = \vec{r}_1 - \vec{r}$ là vector chuyển vị của điểm M.

1. Quỹ đạo của điểm M

⇒ Là đường (L) vạch ra trong không gian trong quá trình chuyển động đối với hệ quy chiếu (R). Nếu L là thẳng ta có chuyển động thẳng, L là cong ta có chuyển động cong.

2. Vector vận tốc và vector gia tốc

⇒ Vector vận tốc trung bình: $\vec{v}_M = \frac{\overrightarrow{MM_1}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

⇒ Vector gia tốc trung bình: $\vec{w}_M = \frac{\vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

⇒ Vector vận tốc và gia tốc tức thời bằng PP vector là các giới hạn sau:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{v}_M = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$

$$\vec{w} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{w}_M = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}}$$

⇒ Vector vận tốc và gia tốc tức thời bằng PP tọa độ Đề các là các giới hạn sau:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}) = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k} = w_x\vec{i} + w_y\vec{j} + w_z\vec{k}$$

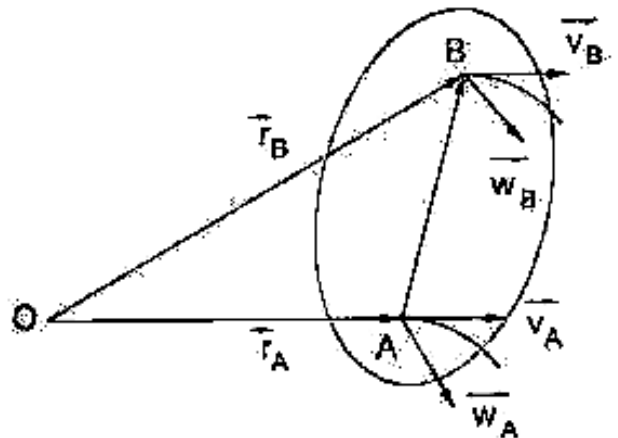
II. CHUYỂN ĐỘNG CƠ BẢN CỦA VẬT RẮN

1. Chuyển động tịnh tiến

⇒ Định nghĩa: Vật rắn chuyển động tịnh tiến nếu một đường thẳng AB bất kỳ trên vật luôn có phương không đổi trong quá trình chuyển động (hình 2-2).

⇒ Định lý: Trên vật rắn chuyển động tịnh tiến, quỹ đạo của mọi điểm đều như nhau, vận tốc và gia tốc của mọi điểm ở mỗi thời điểm đều bằng nhau, vận tốc góc bằng không.

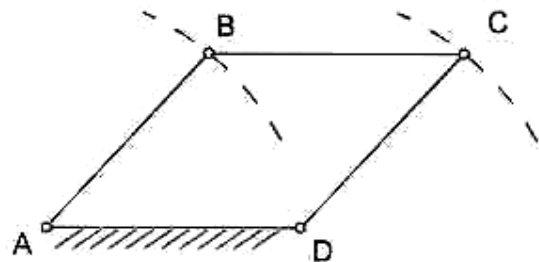
$$\vec{v}_A = \vec{v}_B, \vec{w}_A = \vec{w}_B$$



Hình 2-2

⇒ Chú ý: Khi khảo sát chuyển động của vật tịnh tiến ta chỉ cần khảo sát chuyển động của một điểm trên vật.

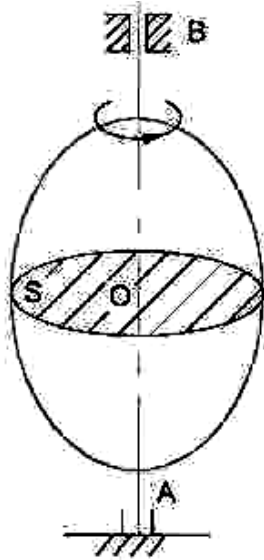
⇒ Vật có thể tịnh tiến thẳng hoặc tịnh tiến tròn (hình 2-3), nếu quỹ đạo của điểm trên vật là thẳng hoặc tròn.



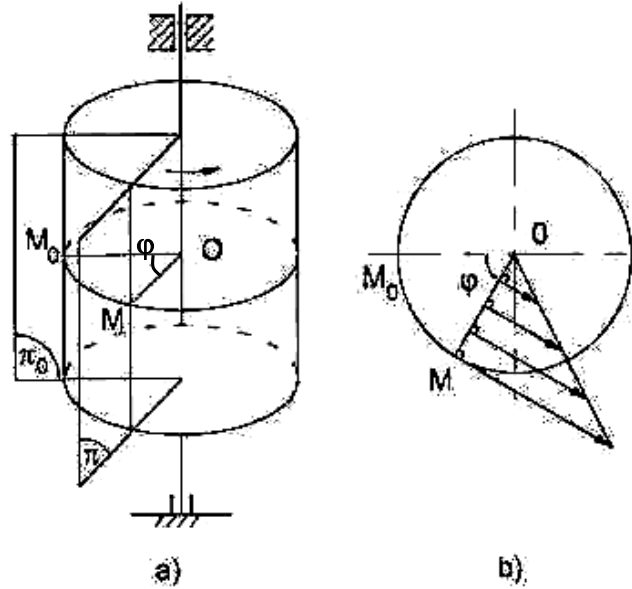
Hình 2-3

2. Chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định.

⇒ Định nghĩa: Nếu trong quá trình chuyển động, vật rắn có hai điểm luôn luôn cố định, ta nói vật rắn có chuyển động quay quanh trục cố định qua hai điểm đó (hình 2-4).



Hình 2-4



Hình 2-5

⇒ Phương trình chuyển động của vật: $\varphi = \varphi(t)$ - chuyển vị góc hay góc quay.

⇒ Phương trình chuyển động của điểm M (hình 2-5a): $s = s(t) = M_0M = R\varphi(t)$

⇒ Vận tốc góc của vật: $\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$ [rad/s hay s^{-1}]

Vectơ vận tốc góc $\vec{\omega}$ có trị số bằng trị số vận tốc góc, nằm trên trục quay của vật sao cho khi nhìn từ đầu mút tới gốc của nó ta thấy vật quay ngược chiều kim đồng hồ (hoặc có thể dùng quy tắc bàn tay phải).

⇒ Vận tốc của điểm phân bố theo luật tam giác vuông đồng dạng (hình 2-5b):

$$v = \dot{s} = R\dot{\varphi} = R\omega$$

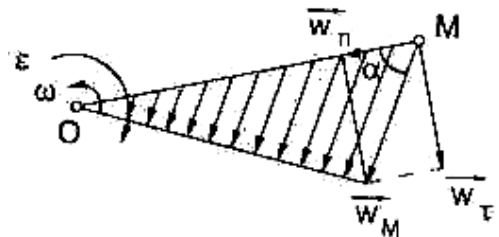
⇒ Gia tốc góc của vật: $\varepsilon(t) = \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$ [rad/s² hay s⁻²]. Vectơ gia tốc góc $\vec{\varepsilon}$ cũng nằm trên trục quay.

⇒ Gia tốc của điểm:

- Gia tốc pháp: $w_\tau = \ddot{s} = R\varepsilon$

- Gia tốc tiếp: $w_n = \frac{v^2}{\rho} = R\omega^2$

- Gia tốc toàn phần của điểm: $w = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$, góc $\text{tg}\alpha = \frac{w_\tau}{w_n} = \frac{\varepsilon}{\omega^2}$



⇒ Phán đoán tính chất của chuyển động quay quanh trục cố định:

- Chuyển động quay đều: nếu vận tốc góc không đổi $\omega = \omega_0$.
- Nếu $\omega = \omega(t)$ thì chuyển động gọi là biến đổi, nhanh dần nếu ω tăng và chậm dần nếu ω giảm.
- Có thể nhận xét sự tăng giảm của vận tốc góc theo dấu hiệu sau: nếu $\dot{\omega} = 0$ thì vật quay đều, $\dot{\omega} \neq 0$ thì vật quay biến đổi, khi $\omega \cdot \dot{\omega} > 0$ thì vật quay nhanh dần, $\omega \cdot \dot{\omega} < 0$ thì vật quay chậm dần. Nếu ω và $\dot{\omega}$ cùng chiều thì vật quay nhanh dần, ω và $\dot{\omega}$ ngược chiều thì vật quay chậm dần.

⇒ Biểu diễn vector vận tốc và gia tốc dưới dạng tích vector:

- Biểu thức vector vận tốc:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}; \quad v = \omega r \sin(\vec{\omega}, \vec{r}) = \omega R$$

Trong đó vector \vec{v} có phương vuông góc với mặt phẳng $(\vec{\omega}, \vec{r})$, chiều theo chiều quay của vận tốc góc.

- Biểu thức vector gia tốc:

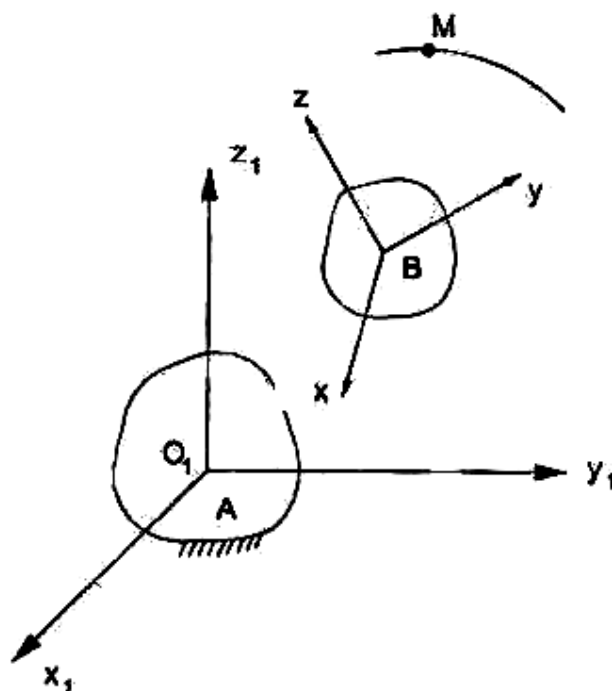
$$\vec{w} = \vec{w}_\tau + \vec{w}_n = \dot{\vec{\omega}} \wedge \vec{r} + \vec{\omega} \wedge \vec{v}$$

III. HỢP CHUYỂN ĐỘNG

1. Đặt bài toán

⇒ Điểm M (hay vật M) chuyển động so với vật B, vật B chuyển động (hệ quy chiếu động Oxyz) so với vật A được xem là cố định (hệ quy chiếu cố định $O_1x_1y_1z_1$), ta có:

- Chuyển động của điểm M đối với hệ quy chiếu cố định là *chuyển động tuyệt đối*, ký hiệu vận tốc và gia tốc là $\vec{v}_a, \vec{w}_a (\vec{\omega}_a, \vec{\epsilon}_a)$.
- Chuyển động của điểm M đối với hệ quy chiếu động là *chuyển động tương đối*, ký hiệu vận tốc và gia tốc là $\vec{v}_r, \vec{w}_r (\vec{\omega}_r, \vec{\epsilon}_r)$.
- Chuyển động của hệ quy chiếu động đối với hệ quy chiếu cố định là *chuyển động theo*, ký hiệu vận tốc và gia tốc là $\vec{v}_e, \vec{w}_e (\vec{\omega}_e, \vec{\epsilon}_e)$.



Hình 2-7

2. Hợp chuyển động của điểm

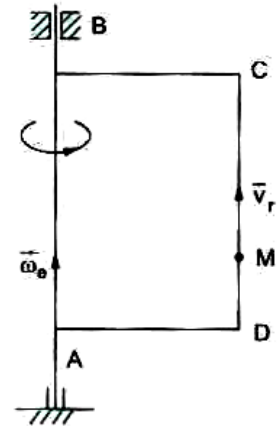
⇒ Hợp vận tốc: *Vector vận tốc tuyệt đối của điểm bằng tổng hình học vector vận tốc theo và vector vận tốc tương đối.*

$$\vec{v}_a^M = \vec{v}_e^M + \vec{v}_r^M$$

⇒ Hợp gia tốc: *Vector gia tốc tuyệt đối của điểm bằng tổng hình học các vector gia tốc theo, tương đối và Coriolis.*

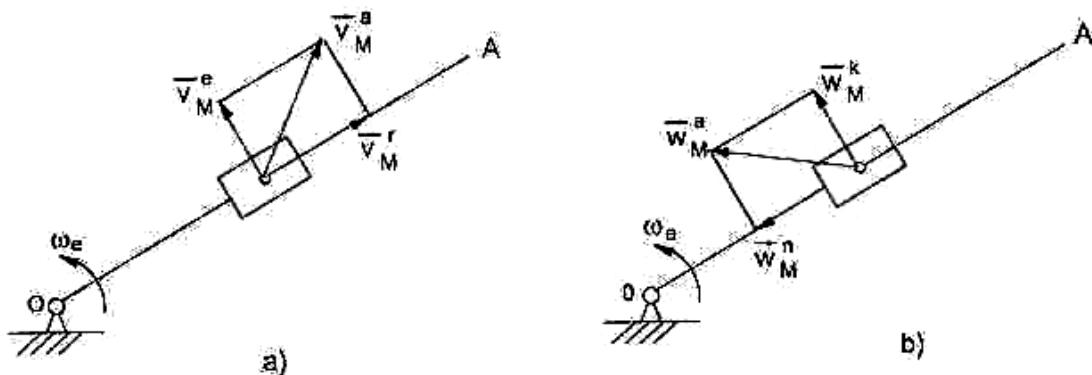
$$\vec{w}_a = \vec{w}_e + \vec{w}_r + \vec{w}_k$$

⇒ Biểu thức Coriolis: $\vec{w}_k = 2\vec{\omega}_e \wedge \vec{v}_r$ đây là gia tốc tương đối phụ nó chỉ xuất hiện khi chuyển động làm thay đổi phương vận tốc tương đối. Thật vậy, $\vec{w}_k = 0$ khi $\vec{\omega}_e = 0$ hoặc $\vec{\omega}_e \parallel \vec{v}_r$ (hình vẽ).



Ví dụ: Thanh OA quay quanh trục O với vận tốc góc $\omega = 2\pi$ rad/s. Trên thanh có con chạy M chuyển động đều với vận tốc tương đối $v_r = 5$ m/s. Tìm vận tốc và gia tốc tuyệt đối của M lúc $OM = 0,2$ m.

Giải



Hình 2-8

Vận tốc tuyệt đối của điểm M: $\vec{v}_a^M = \vec{v}_e^M + \vec{v}_r^M$

Vận tốc theo: $v_e^M = \omega_e OM = 2\pi \cdot 0,2 = 0,4\pi$ m/s

Vận tốc tương đối: $v_r^M = 5$ m/s $\Rightarrow v_a^M = \sqrt{(0,4\pi)^2 + 5^2} = 5,155$ m/s

Gia tốc tuyệt đối của điểm M: $\vec{w}_a^M = \vec{w}_e^M + \vec{w}_r^M + \vec{w}_k^M$

- Gia tốc theo của M: Vì chuyển động theo là quay đều nên gia tốc theo chỉ có một thành phần gia tốc pháp, có trị số:

$$w_e^M = w_r^M = OM\omega^2 = 0,2(2\pi)^2 = 0,8\pi^2 \text{ m/s}^2$$

Chuyển động của (3) so với giá là chuyển động tịnh tiến. Chuyển động của con trượt (2) so với (3) là chuyển động tương đối. Chuyển động của (2) so với giá (4) là chuyển động tuyệt đối.

Ta có: $v_a = a.\omega$;

$$v_r = v_a.\cos 60^\circ = a.\omega_1/2;$$

$$v_e = v_a.\sin 60^\circ = a.\omega_1\sqrt{3}/2$$

Vì chuyển động theo là tịnh tiến nên $\vec{w}_k = 0$, do đó:

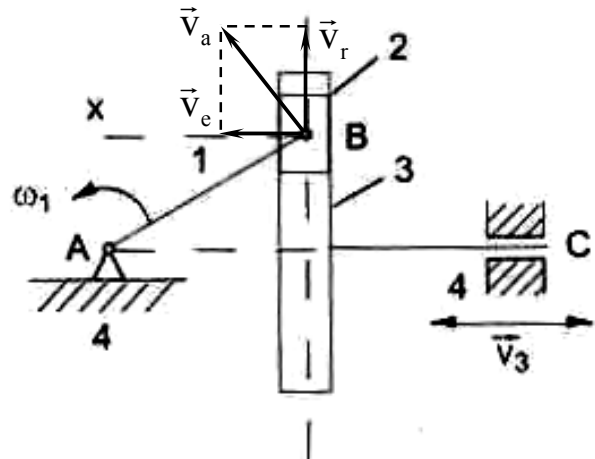
$$\vec{w}_a = \vec{w}_a^n = \vec{w}_r + \vec{w}_e$$

Chiếu phương trình này lên phương thẳng đứng và nằm ngang, ta có:

$$w_a^n.\cos 60^\circ = w_e = a.\omega_1^2/2$$

$$-w_a^n.\sin 60^\circ = w_r = a.\omega_1^2\sqrt{3}/2$$

Vậy ở thời điểm này con trượt (2) trượt chậm về phía trên, còn (3) tịnh tiến nhanh dần về phía trái.



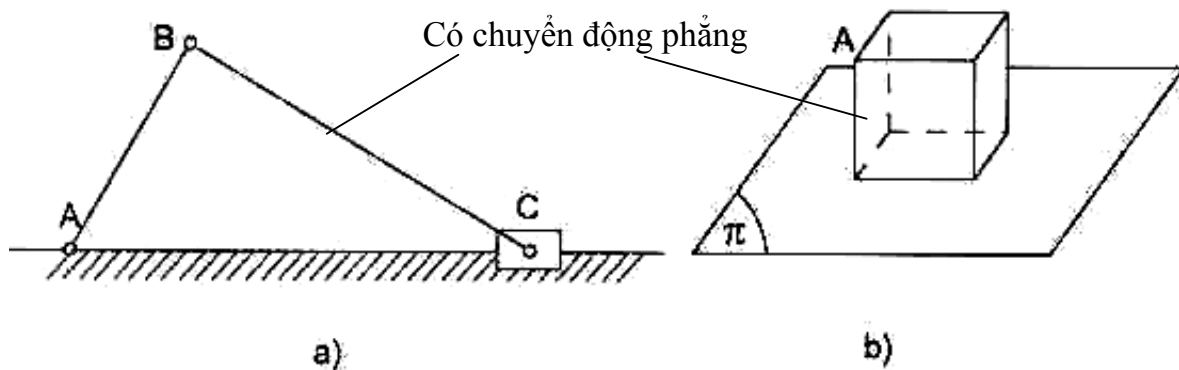
Hình 2-10

IV. CHUYỂN ĐỘNG PHẪNG (SONG PHẪNG)

1. Định nghĩa:

Vật rắn chuyển động phẳng khi khoảng cách từ mỗi điểm của nó đến một mặt phẳng quy chiếu cố định luôn luôn không đổi.

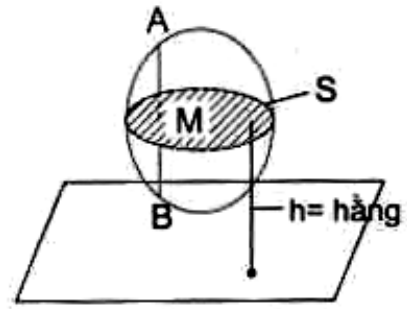
Ví dụ: thanh truyền BC của cơ cấu tay quay con trượt (hình 2-11a) có chuyển động phẳng vì khoảng cách từ mỗi điểm trên thanh đến mặt phẳng hình vẽ luôn không đổi trong quá trình chuyển động của cơ cấu. Hộp phân chuyển động trên mặt bàn cũng có chuyển động phẳng (hình 2-11b).



Hình 2-11

2. Mô hình nghiên cứu của bài toán

⇒ Xét đoạn thẳng AB của vật rắn vuông góc với mặt phẳng quy chiếu (hình 2-12). Khi vật rắn chuyển động phẳng ⇒ AB chuyển động tịnh tiến ⇒ chỉ cần xét chuyển động của 1 điểm M trên AB. Tập hợp vô số các đoạn AB sẽ tạo ra một tập hợp các điểm M nói trên, nghĩa là bởi chuyển động của *thiết diện (hình phẳng) S* trong mặt phẳng chứa nó (song song với mặt phẳng quy chiếu cố định).

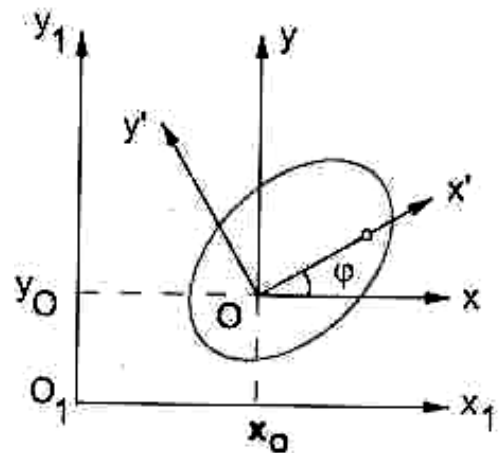


Hình 2-12

3. Khảo sát chuyển động của cả vật (thiết diện S)

⇒ Trong mặt phẳng chứa S lập hệ trục $O_1x_1y_1$. Lập hệ trục Oxy qua cực O nào đó song song với $O_1x_1y_1$ và hệ trục $Ox'y'$ gắn chặt với S và có thể quay cùng chiều với S quanh O . Phương trình chuyển động của vật rắn:

$$\left. \begin{aligned} x_O &= x_O(t) \\ y_O &= y_O(t) \\ \varphi &= \varphi(t) \end{aligned} \right\}$$



Hình 2-13

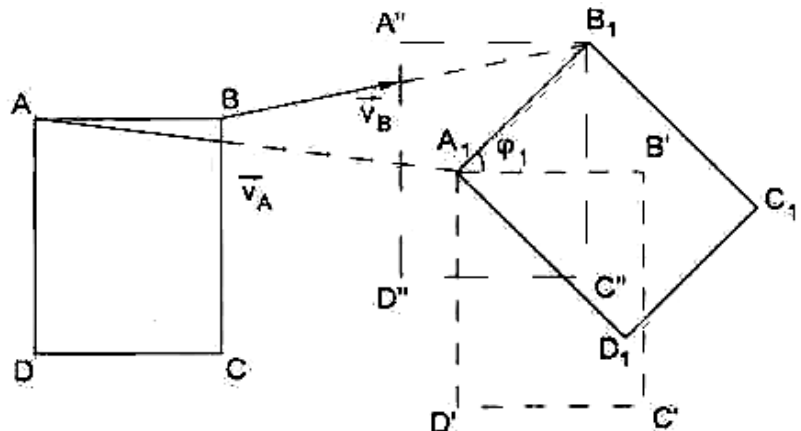
⇒ Chuyển động phẳng đã được tách ra làm 2 chuyển động cơ bản đồng thời: chuyển động tịnh tiến cùng với cực O (chuyển động theo) và chuyển động quay tương đối quanh cực O (chuyển động tương đối).

⇒ Vận tốc và gia tốc của vật:

$$v_{Ox} = \dot{x}_O, v_{Oy} = \dot{y}_O, \omega_p = \dot{\varphi}$$

$$w_{Ox} = \ddot{x}_O, w_{Oy} = \ddot{y}_O, \varepsilon_p = \ddot{\varphi}$$

⇒ Chú ý: vận tốc và gia tốc trong thành phần chuyển động tịnh tiến thì phụ thuộc vào việc chọn cực, còn vận tốc góc và gia tốc góc trong thành phần chuyển động quay thì không phụ thuộc vào việc chọn cực (xem hình 2-14).



Hình 2-14

4. Khảo sát chuyển động của các điểm thuộc vật

⇒ Định lý: Vận tốc của điểm M thuộc vật bằng tổng hình học vận tốc của cực O và vận tốc của điểm M trong chuyển động quay tương đối quanh cực O .

$$\vec{v}_M = \vec{v}_O + \vec{v}_{MO}, \quad \vec{v}_{MO} = \vec{\omega}_p \wedge \overline{OM}$$

⇒ Vì có thể chọn cực một cách tùy ý, cho nên công thức trên cũng là công thức liên hệ giữa 2 điểm A, B bất kỳ, ta có:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}, \quad \vec{v}_{BA} = \vec{\omega}_p \wedge \overline{AB}$$

⇒ Hình chiếu vận tốc của 2 điểm thuộc vật rắn lên trục đi qua 2 điểm đó bằng nhau:

$$hc_{AB} \vec{v}_B = hc_{AB} \vec{v}_A$$

⇒ **Tâm vận tốc tức thời “P” (TVT “P”)**: Ở mỗi thời điểm luôn tồn tại một điểm trên hình phẳng có vận tốc tương đối bằng 0. Điểm đó gọi là TVT của hình phẳng, ký hiệu là “P”. Có thể nói TVT là điểm tại đó vận tốc tuyệt đối của vật khảo sát và vật quy chiếu bằng nhau.

⇒ TVT có tính duy nhất. Chứng minh qua hình 2-16.

⇒ **Luật phân bố TVT**: Chọn P làm cực (hình 2-17):

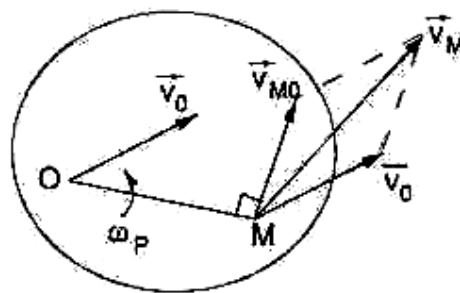
$$\vec{v}_A = \vec{v}_P + \vec{v}_{AP} = \vec{v}_{AP}; \quad v_{AP} = AP\omega_p$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_P + \vec{v}_{BP} = \vec{v}_{BP}; \quad v_{BP} = BP\omega_p$$

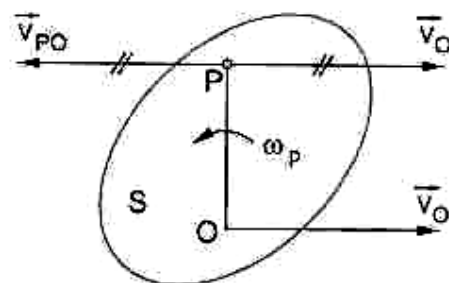
⇒ Vậy vận tốc mọi điểm thuộc hình phẳng được phân bố như vật quay xung quanh trục qua TVT “P” với vận tốc góc tuyệt đối ω_p .

⇒ **Phương pháp thực hành xác định TVT**:

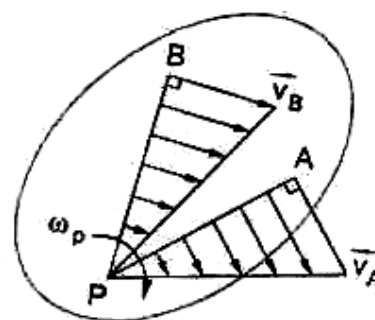
- Biết phương vận tốc hai điểm A, B (hình 2-18a)
- Biết vận tốc hai điểm A, B cùng vuông góc với đường AB (hình 2-18b, c)
- Biết vận tốc hai điểm A, B song song và bằng nhau (hình 2-18d).



Hình 2-15

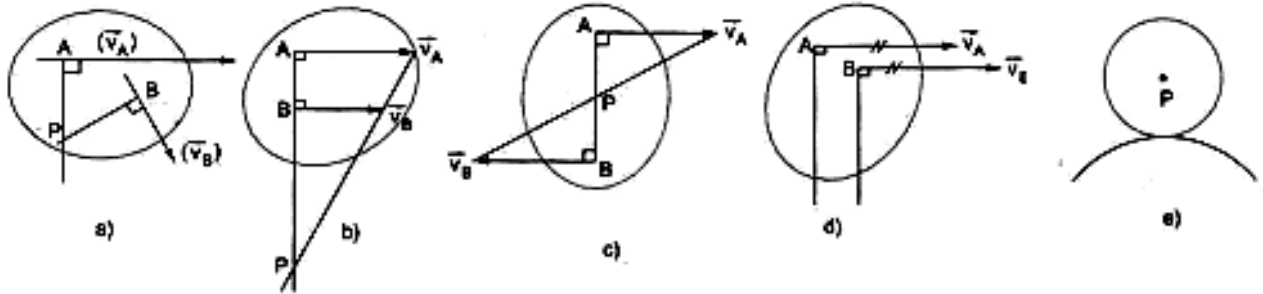


Hình 2-16



Hình 2-17

- Hai đường cong phẳng lăn không trượt lên nhau (hình 2-18e)



Hình 2-18

⇒ **Ví dụ:** Cho cơ cấu như hình 2-19. Tìm vận tốc điểm C và vận tốc góc của thanh BC.

Giải

Cách 1: Lấy B làm cực, ta có: $\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB}$

Trong đó: \vec{v}_B có phương vuông góc với AB, và có trị số $v_B = AB\omega$.

\vec{v}_C có phương song song với AC và \vec{v}_{CB} có phương vuông góc với BC.

Từ hình vẽ, ta có: $v_C = v_B / \cos 30^\circ = 2a\omega\sqrt{3}/3$;

$$v_{CB} = v_B / 2 = a\omega\sqrt{3}/3$$

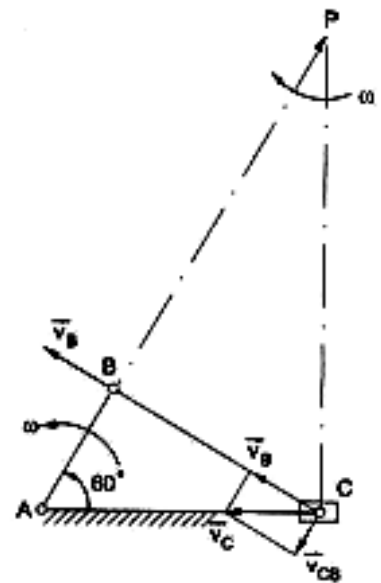
Vận tốc góc của thanh truyền BC: $\omega_{BC} = v_{CB} / BC = \omega/3$

Cách 2: Dùng phương pháp TVT “P” (hình vẽ)

Vận tốc góc của BC: $\omega_{BC} = v_B / PB = \omega/3$

Vận tốc của điểm C: $v_C = \omega_{BC} PC = 2a\omega\sqrt{3}/3$

Chiều của $\vec{v}_C, \vec{\omega}_{BC}$ như trên hình vẽ.



Hình 2-19